



Ah, os problemas!

Lembram-se do prazer que é encontrar um problema, daqueles que nos desafiam logo que o lemos, e depois avançar na resolução até conseguir descobrir a resposta?

Recordam-se da alegria que é descobrir a forma elegante e simples que alguém encontrou para resolver um problema que julgámos impossível ou que tanto trabalho nos deu?

E, finalmente, concordam que entusiasmo discutir com outras pessoas a maneira de chegar à solução de um problema que nos intriga?

Pois é por estes três motivos que esta secção existe.

José Paulo Viana – Professor de Matemática na Escola Secundária de Vergílio Ferreira, autor da seção "Desafios" aos domingos no jornal Público

100 PROBLEMAS DE JULHO DE 2014

TÍTULO: EM DIREÇÃO AO NÚMERO

Escreve um número qualquer na calculadora e carrega na tecla "Enter" (ou na tecla "=").

Agora, usa os comandos para efetuar "dividir por 7 e somar 5" e faz "Enter".

Vai carregando sucessivamente em "Enter". A máquina vai repetindo automaticamente os comandos anteriores e os resultados vão alterando-se.

Que acontece após muitas operações? E se tivesses começado com outro número?

Que número é esse que aparece como resultado?

Experimenta agora partir de um número ao acaso e aplicar sucessivamente "dividir por 10 e somar 4".

Em que número vai estabilizar o resultado?

Será possível, sem experimentar na máquina, prever o número final quando fazemos "dividir por 8 e somar 3"?

Bem, já tentaste responder às perguntas? Então, podemos avançar.

Quando, sucessivamente, dividimos por 7 e somamos 5, após carregarmos umas vinte vezes em "Enter", o resultado estabiliza em 5,833333... ou, na forma de fração, $35/6$. E isto independentemente do número pelo qual começámos.

Quando, a seguir, dividimos por 10 e somamos 4, o resultado vai estabilizar em 4,44444... ou $40/9$.

Como estes "números estabilizados" não dependem do valor com que se inicializa o processo, é de prever que, no primeiro caso, $35/6$ tenha qualquer coisa a ver com o 7 e o 5, e que $40/9$ dependa apenas do 10 e do 4.

Claro que, apenas com duas experiências, não podemos estar à espera de descobrir essas relações.

Duas vias de abordagem são agora possíveis.

A primeira é testar outras instruções do tipo "dividir por a e somar b " até descobrir que relação há entre a e b e o "número estabilizado". Não duvido que, após umas dez experiências diferentes, consigas chegar à solução.

Mas há um processo mais rápido. Peguemos no primeiro caso, em que dividimos por 7 e somamos 5. A certa altura, o processo estabiliza num certo número x . Ou seja, a máquina pega nesse número x , divide-o por 7, soma-lhe 5 e volta a obter x . Podemos então estabelecer a equação

$$x/7 + 5 = x$$

Pronto, resolvendo a equação em ordem a x , obtemos $x = 35/6$.

Para responder à última questão, basta então resolver a equação $x/8 + 3 = x$, que dá $x = 24/7$.

Mais uma pergunta: *Que valores devo escolher para a e b se quiser que o resultado estabilize num número inteiro?*