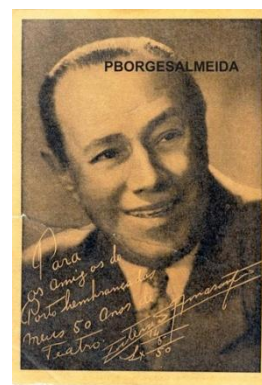


## Parte I: Votos para o futuro

### POR UMA ESCOLA RISONHA E FRANCA



Numa peça de teatro dos anos trinta o grande ator Estêvão Amarante dizia ao entrar em cena:

**“No meu tempo a Escola era risonha e franca”.**

Pois bem não o é agora: nem risonha, nem franca,

Os meus votos para o próximo ano são para que volte a sê-lo.

A reunião de professores e alunos à volta da aventura do conhecimento com o objetivo de aprender (a aprender e a fazer) e crescer como pessoas, alunos e professores, não deve deixar de ser risonha nem deve deixar de ser franca.

Seria penalizador, e portanto estúpido, tanto para o bem-estar psicológico dos envolvidos como para os resultados do processo que assim não fosse.

## Parte II: Balanço da rubrica

Escrevemos ao longo dos dois últimos anos alguns textos (nesta rubrica ou como apoio à resolução do [problema do Disco do Snr. Silva](#) dos primeiros meses de 2011) com o objetivo de ajudar os alunos que vão entrar no ensino universitário a colmatar lacunas que trazem do secundário e que, por falta de tempo, não são preenchidas em alguns cursos universitários, mas que são de grande importância para uma boa compreensão das matérias com que se vão deparar.

Deixamos aqui links para esses textos esperando que possam ser de alguma utilidade:

i) **Cardinalidade**

Finito versus Infinito

[http://www.clube.spm.pt/files/outros/Finito%20vs%20infinito\(7\).pdf](http://www.clube.spm.pt/files/outros/Finito%20vs%20infinito(7).pdf)

O Aleph0

[http://www.clube.spm.pt/files/outros/Cardinalidade%20do%20numeravel\\_2.pdf](http://www.clube.spm.pt/files/outros/Cardinalidade%20do%20numeravel_2.pdf)

Para além do Aleph0

[http://www.clube.spm.pt/files/outros/a\\_5.pdf](http://www.clube.spm.pt/files/outros/a_5.pdf)

O Princípio de indução

<http://www.clube.spm.pt/files/outros/principioinducacao.pdf>

A cardinalidade do contínuo

[http://www.clube.spm.pt/files/outros/A%20cardinalidade%20dos%20reais\\_3.pdf](http://www.clube.spm.pt/files/outros/A%20cardinalidade%20dos%20reais_3.pdf)

ii) **Medida de Lebesgue: uma breve noção**

[http://www.clube.spm.pt/files/outros/Medida%20de%20Lebesgue\\_1.pdf](http://www.clube.spm.pt/files/outros/Medida%20de%20Lebesgue_1.pdf)

iii) **Cónicas**

A elipse

<http://www.clube.spm.pt/files/outros/conicas.pdf>

<http://www.clube.spm.pt/files/outros/conicas%20ii.pdf>

A hipérbole

<http://www.clube.spm.pt/files/outros/intergrando%20.pdf>

<http://www.clube.spm.pt/files/outros/Hiperbole.pdf>

## Parte III: Cónicas – *Um truque de magia*

E queremos agora terminar esta série de artigos dedicados às cónicas com um daqueles golpes de magia que em Matemática tantas vezes tornam um problema que parece muito complexo em algo de extrema simplicidade.

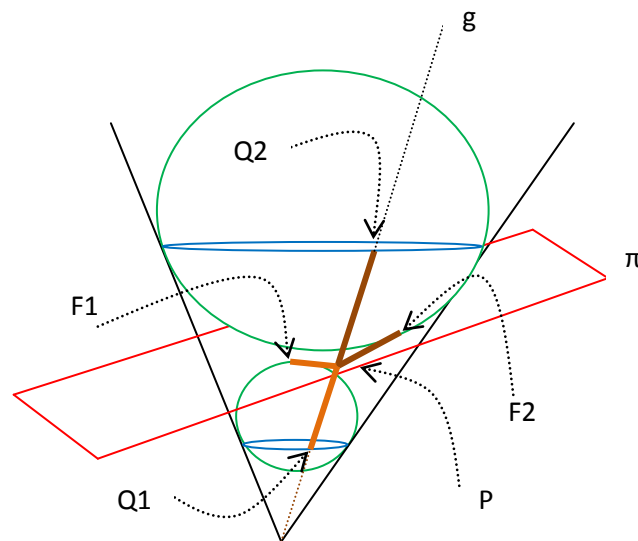
E nos deixa maravilhados vislumbrando o dedo do Criador:



Sabemos que uma cónica é uma linha que resulta de intersectar um cone reto de diretriz circular por um plano. Podemos então interrogar-nos como é que, por exemplo, e no caso da elipse, há dois pontos no plano tais que a soma das distâncias dos pontos da linha a esses pontos é constante. Tente o leitor fazer um esforço para pelo menos discernir uma forma de encontrar os focos: vai ver que não parece fácil.

Pois bem a resposta é de extrema simplicidade.

Imagine duas esferas, uma de cada lado do plano, tangentes simultaneamente ao cone e ao plano: são as chamadas esferas de Dandelin. É fácil verificar que as intersecções das esferas com o cone são duas circunferências contidas em planos paralelos (a azul na figura).



É muito fácil provar que, se por um ponto exterior a uma esfera tirarmos duas retas tangentes a essa esfera, as distâncias do ponto aos pontos de tangência são iguais (tente fazer a prova).

Considere agora uma geratriz  $g$  do cone: a distância entre os pontos  $Q1$  e  $Q2$  em que  $g$  intersecta as circunferências referidas é constante: suponhamos igual a  $d$ . Chamando  $P$  à intersecção de  $g$  com o plano  $\pi$  e  $F1$  e  $F2$  aos pontos de tangência das esferas com  $\pi$  temos:  $[PF1]=[PQ1]$  e  $[PF2]=[PQ2]$ .

Logo:  $[PF1]+[PF2]=[PQ1]+[PQ2] = d$ .

Desafiamos o leitor interessado a fazer uma demonstração análoga para a hipérbole.

