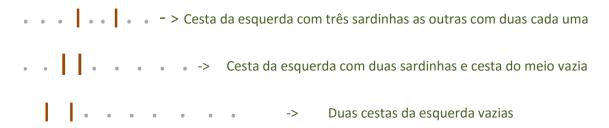
Problema 3: Resolução

Os peixes são idênticos

Representando as sardinhas por pontos e as separações entre as cestas por traços vermelhos verticais, e dispondo estes elementos numa fila de nove posições, obtemos as várias disposições; por exemplo:



O problema reduz-se a saber:

- i) quantas são as maneiras diferentes de escolher, entre as nove posições, as posições para os separadores; obviamente são as combinações de nove dois a dois: $\binom{9}{2} = 36$; ou
- ii) quantas são as maneiras diferentes de escolher, entre as nove posições, as posições para as sardinhas; obviamente são as combinações de nove sete a sete: $\binom{9}{7} = 36$.

Se o número de sardinhas fosse N e o número de cestas fosse P a resposta seria: $\binom{N+P-1}{P-1}=\binom{N+P-1}{N}$

Desafios

I - Caro leitor/a, imagine que a Professora Sílvia comprou dez rebuçados idênticos para distribuir pelos 25 alunos da sua turma de 4.º ano.

De quantas formas diferentes pode fazê-lo?

II – E de quantas formas pode escrever o número 7 como soma de 4 parcelas, com valores inteiros e positivos, onde algumas podem ser zero e a ordem das parcelas interessa.

Encontra nestes problemas a mesma estrutura do problema das sardinhas?

Os peixes não são idênticos

Imagine que numera os cestos de 1 a 3 e que atribui a cada um dos sete peixes o número do cesto onde está.

Obtém uma sequência com sete termos, que são os números de 1 a 3 e que podem aparecer repetidos. Por exemplo: 3 3 2 2 1 3 1 (aqui o terceiro peixe está na cesta 2).

Agora facilmente reconhecerá que o número que pretendemos é o número destas sequências¹.

Mas esse é o número dos arranjos, com repetição, dos números de 1 a 3 sete a sete, ou seja, $3^7 = 2187$.

Se o número de sardinhas fosse N e o número de cestas fosse P a resposta seria: P^N .

Desafios

I - O Senhor Pereira, contínuo de uma escola, tem de distribuir dez paus de giz, de cor diferente, por seis salas de aula?

De quantas formas poderia fazê-lo?

II - Imagine caro leitor/a que está em Nova Iorque no rés-do-chão de um prédio de sessenta andares, com mais nove pessoas, à espera de entrar no elevador.

De quantas formas poderão as dez pessoas sair nos sessenta andares?

III – Quantos números diferentes de sete algarismos pode escrever com os algarismos 1, 2 e 3?

Encontra, nestes problemas, o mesmo padrão do problema anterior?

¹ A aplicação que associa a cada sequência a correspondente disposição dos peixes é unívoca, injectiva, se algum termo se alterar significa que o respetivo peixe mudou de cesta, e sobrejectiva pois cada disposição dos peixes é representada por uma sequência facilmente visualizável: basta pôr os peixes ordenados em linha e pedir a cada um que levante uma tabuleta com o número da sua cesta.

Finalmente propomos-lhe um último desafio

Se tivesse que distribuir três paus de giz branco, dois azuis e dois vermelhos, sendo os paus da mesma cor indiferenciados, pelas mesmas três salas de aula de quantas formas diferentes poderia fazê-lo?