

## Problema 2: Resolução

Supõe que deixas ao Pai Natal um conjunto de conjuntos de pinos onde, em cada um destes conjuntos, não há espaços entre dois pinos: podemos chamar-lhes conjuntos ligados ou conexos.

E supõe ainda que os conjuntos ligados com o mesmo número de elementos podem ser emparelhados dois a dois como nestes exemplos:



ou



Claro que o Pai Natal não pode tirar o último pino e, faça ele o que fizer, tu podes deixar-lhe um conjunto nas mesmas condições: basta fazer o que ele fez num conjunto emparelhado.

O número de pinos vai diminuindo sempre e acaba por se chegar a uma destas duas situações:



e ganhas o jogo.

Vamos ver agora se tens sempre possibilidade de deixar uma situação destas.

Para ser mais fácil a escrita vamos indicar o número de elementos em cada um dos conjuntos ligados.

Supõe que és o primeiro/a a jogar e tiras o pino na posição seis.

Deixas:            1            3            7

Então o jogo pode prosseguir de uma das formas seguintes:

i)

**Pai Natal:**        3    7

**Tu:**                3    3    3 (tiraste o do meio nos sete).

Pai Natal: 1 3 3 ou 2 3 3

Tu: 3 3 e ganhaste.

ii)

**Pai Natal:** 1 1 7 ou 1 2 7

Tu: 1 7

Pai Natal:

Hipótese 1: 7

Tiras o do meio e o Pai Natal perde.

Hipótese 2: 1 5 ou 1 6 ou 1 2 4

Tu: 1 4

Pai Natal:

4 ou 1 2 ou 1 3 ou 1 1 1 ou 1 1 2 casos em que podes deixar 1 1 e ganhaste.

Hipótese 3: 1 1 4 ou 1 1 5 ou 1 2 3 ou 1 3 3 e tu 1 1 3 e ganhaste!

(descobre como)

iii)

**Pai Natal:** 1 3 5 ou 1 3 6 ou 1 3 1 4 ou 1 3 1 5 ou 1 3 2 3 ou

1 3 2 4 ou 1 3 3 3.

Deixamos-te como desafio descobrir como ganharias o jogo em cada um destes casos.