



AH, OS PROBLEMAS!

LEMBRAM-SE DO PRAZER QUE É ENCONTRAR UM PROBLEMA, DAQUELES QUE NOS DESAFIAM LOGO QUE O LEMOS, E DEPOIS AVANÇAR NA RESOLUÇÃO ATÉ CONSEGUIR DESCOBRIR A RESPOSTA?

RECORDAM-SE DA ALEGRIA QUE É DESCOBRIR A FORMA ELEGANTE E SIMPLES QUE ALGUMÉN ENCONTROU PARA RESOLVER UM PROBLEMA QUE JULGÁMOS IMPOSSÍVEL OU QUE TANTO TRABALHO NOS DEU?

E, FINALMENTE, CONCORDAM QUE ENTUSIASMA DISCUTIR COM OUTRAS PESSOAS A MANEIRA DE CHEGAR À SOLUÇÃO DE UM PROBLEMA QUE NOS INTRIGA?

POIS É POR ESTES TRÊS MOTIVOS QUE ESTA SECÇÃO EXISTE.

JOSÉ PAULO VIANA – PROFESSOR DE MATEMÁTICA NA ESCOLA SECUNDÁRIA DE VERCÍLIO FERREIRA, AUTOR DA SEÇÃO "DESAFIOS" AOS DOMINGOS NO JORNAL PÚBLICO

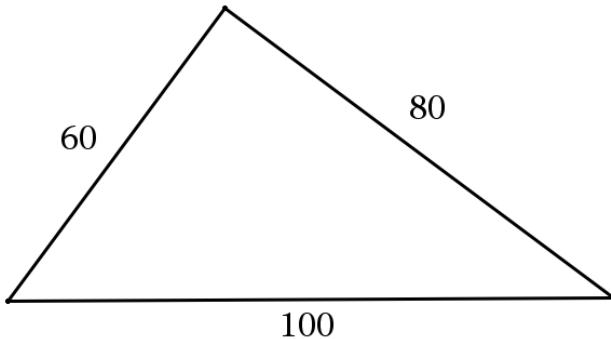
Clube SPM - 100 Problemas (Junho 2015)

Título: A PARTILHA DO TERRENO

Um dos problemas que mais gostei de resolver foi-me proposto num curso de geometria do Projeto T3 que tive a sorte de frequentar em Columbus, Ohio há vinte anos. Estávamos a usar as primeiras calculadoras gráficas que traziam um programa de geometria dinâmica e que estavam ainda numa fase experimental.

Dois irmãos receberam de herança um terreno triangular cujos lados medem 60, 80 e 100 metros. Decidiram dividi-lo em duas partes com a mesma área mas, por uma questão de economia, pretendem que a linha de separação tenha o menor comprimento possível.

Como hão de eles fazer a partilha?



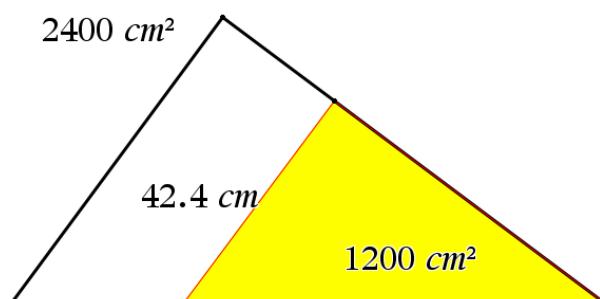
Note-se que este triângulo é retângulo e que tem uma área de 2400 cm^2 . Logo, cada irmão ficará com um terreno de 1200 cm^2 .

Leitor, antes de continuar a ler, não quer tentar a sua sorte? Olhe que o problema é bem interessante.

Podemos tentar várias abordagens, para ver o que acontece.

1^a Tentativa

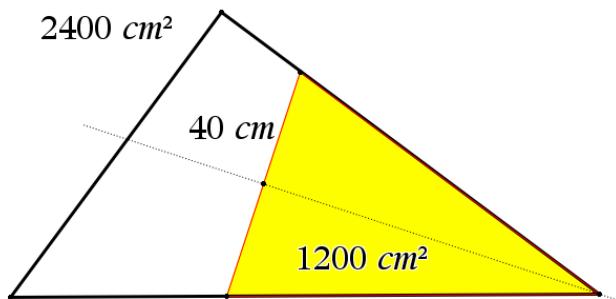
Vamos fazer com que a divisória seja paralela a um dos lados. Rapidamente se percebe que a melhor opção é ela ser paralela ao menor lado. Uma das partes vai ser um trapézio e a outra um triângulo, semelhante ao inicial, e com metade da área. Por este motivo, a razão de semelhanças é $\sqrt{2}$ e a linha divisória vai medir $\frac{60}{\sqrt{2}} \approx 42,426 \text{ m}$



Nota: Os desenhos foram feitos numa TI-Nspire, usando como unidade de medida o centímetro

2^a Tentativa

Uma análise mais cuidada permite ver que se consegue uma linha de separação mais curta se forem iguais os ângulos que ela faz com os lados do triângulo inicial. Ou seja, o triângulo a obter irá ser isósceles. Para isto, a linha de separação deve ser perpendicular à bisetriz do menor ângulo do triângulo inicial.



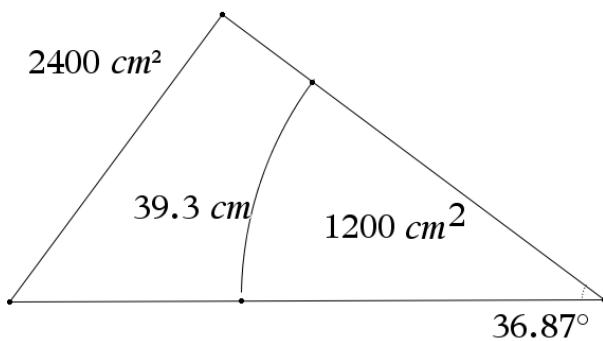
A linha divisória mede agora 40 m e é bastante menor que a anterior.

Será esta a melhor solução? Muita gente, depois de experimentar várias outras possibilidades, acredita que sim. No entanto...

3^a Tentativa

Para se avançar no problema vai ser preciso abandonar uma ideia que, à partida, parecia lógica: a divisória ser um segmento de reta...

Com efeito, a solução ideal é uma curva! É um arco de circunferência, com centro no vértice do ângulo menor.



O resultado vai contra a nossa intuição: passando de uma linha reta para uma curva ganhamos 0,7 metros. Não é surpreendente?