Problema 1: Resolução

Claro que o leitor/a notou de imediato que, de fato, é sempre possível, e de uma maneira trivial, escrever qualquer fração inteira positiva como soma de frações unitárias:

$$\frac{m}{n} = m \times \frac{1}{n} = \frac{1}{n} + \cdots + \frac{1}{n}$$

tendo esta última expressão m parcelas!

Mas repare que isto é muito pouco prático se m for elevado: por exemplo para dividir 999 pães por 1000 pessoas seria necessário dividir 999 pães em mil partes iguais!

É natural por isso que os egípcios procurassem uma decomposição no menor número de frações unitárias. E para conseguir isso, e supondo que $\frac{m}{n}$ é uma fracção própria, positiva e inteira, começassem por encontrar a maior fração unitária inferior a $\frac{m}{n}$, ou seja, um p que fosse o menor inteiro positivo tal que $\frac{1}{p} < \frac{m}{n}$.

Então, quando retiramos $\frac{1}{p}$ de $\frac{m}{n}$, obtemos $\frac{mp-n}{pn} = \frac{a}{pn}$.

Mas sabemos que $\frac{1}{p-1} > \frac{m}{n}$ e, portanto, $n > m(p-1)$, ou seja, $a = mp - n < m$.

Então: $\frac{m}{n} = \frac{1}{p} + \frac{a}{pn}$, isto é, $\frac{m}{n}$ é a soma de uma fracção unitária com outra de numerador inferior a m.

Aplicando este processo a $\frac{a}{pn}$ obtemos $\frac{m}{n} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{b}{pqn}$ onde $b < a$.

Depois de, no máximo, $m - 1$ iterações chegamos a uma representação de $\frac{m}{n}$ como soma de frações unitárias de denominadores diferentes: a chamada ***fração egípcia***.

E acabamos de ver que todas as frações próprias positivas são egípcias.

Isto teria deixado os egípcios tranquilos quanto ao alcance do seu método.

Mas:

NOTA HISTÓRICA – Porque esta demonstração era impensável 2600 AC

Repare que a ideia de demonstração como dedução de uma proposição a partir de um conjunto de axiomas (proposições que se aceitam como verdadeiras sem qualquer prova) surgiu pela primeira vez na Antiga Grécia por volta do século IV AC.

Era, portanto, de todo improvável que a preocupação com a generalidade tivesse surgido no espírito dos egípcios.

Também os egípcios não representavam fracções não unitárias e muito menos operavam com elas e também não usavam letras ou designações para representar uma quantidade genérica.

Não estava, pois, ao seu alcance nem o uso de designações ou letras para representar uma quantidade abstracta nem os conhecimentos aritméticos para operar com elas como fizemos na demonstração acima.

Acresce que a numeração hindu com os algarismos de 1 a 9 , o uso do zero para introduzir o sistema posicional e a utilização da base 10, elementos que facilitam muito os cálculos aritméticos, foram introduzidos pela primeira vez no mundo árabe no século VIII AC principalmente por al-Khwarizmi (790-850 DC) . Em meados do século X al-Uqlidisi já reconhecia a utilidade prática do sistema que facilitava muito os cálculos aritméticos.

A divulgação na Europa foi muito tardia e parece dever-se principalmente a Leonardo de Pisa- Fibonacci (1170-1250 DC) que muito jovem foi educado no manejo do sistema decimal para realizar operações aritméticas e sentiu grande fascínio pela facilidade com que os cálculos se faziam. Fez grande divulgação deste sistema no seu célebre livro ***Liber Abacci****.*