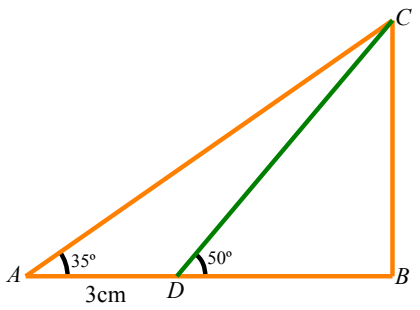
Se e Só Se por José Carlos Pereira – Clube SPM
Título: **Estamos Sempre a Aprender!**

"Estamos sempre a aprender" é uma frase que ouvimos e dizemos recorrentemente. Dizemos porque é verdade: estamos mesmo sempre a aprender! No início deste ano lectivo esta frase voltou a aplicar-se a mim, num episódio que ocorreu numa das minhas aulas de Matemática A do 11.º ano. Passo a relatá-lo.

O primeiro conteúdo abordado na disciplina de Matemática A do 11.º ano é a Trigonometria. Depois dos primeiros conceitos e exemplos simples começa-se gradualmente a introduzir exercícios mais complexos. Nessa aula, já depois das noções básicas e essenciais consolidadas, estávamos a resolver um tipo de exercícios bastante usual. Um deles, o primeiro que resolvemos, era o seguinte:

Na figura está representado o triângulo $[ABC]$, rectângulo em B. O ponto D pertence ao lado $[AB]$, $\overline{AD} = 3\,\text{cm}$, a amplitude do ângulo BDC é 50° e a amplitude do ângulo BAC é 35°.



Qual é o valor de $\overline{BC}$?

Depois de dar algum tempo para que o exercício pudesse ser resolvido sem a minha ajuda, fiz a resolução no quadro, recorrendo para tal a um processo muito habitual. Comecei por designar $\overline{DB}$ por x, $\overline{BC}$ por y e, usando a razão trigonométrica da tangente de um ângulo agudo, construí o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \text{tg}(50^\circ) = \dfrac{y}{x} \\ \text{tg}(35^\circ) = \dfrac{y}{x+3} \end{cases}$$

de onde, após alguns cálculos, obtive o valor pretendido: $\overline{BC} = y \approx 5{,}09\,\text{cm}$.

Assim que o terminei de resolver o N. levantou o braço, estava com uma dúvida e queria vê-la esclarecida. Após perguntar-lhe qual era a sua dúvida, iniciámos um pequeno diálogo:

– Professor, só se pode resolver dessa maneira?

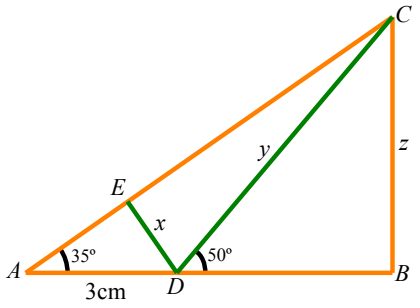
– É uma maneira, conheces outra?

– Eu fiz de outra maneira e obtive o mesmo resultado.

– Diz lá como fizeste.

Encorajo sempre os meus alunos a exporem os seus raciocínios, mesmo que estes não façam sentido ou que conduzam a resultados errados. Nessas alturas tenho imediatamente a oportunidade de os corrigir. Acredito que são sempre bons momentos de aprendizagem. Neste caso em particular, o raciocínio que o N. expôs estava absolutamente correcto e quem naquele momento aprendeu, fui eu!

Vejamos então como o N. resolveu o exercício. Começou por desenhar a seguinte figura:



ou seja, dividiu o triângulo $[ADC]$ em outros dois triângulos, $[ADE]$ e $[DCE]$, ambos rectângulo em E, designou $\overline{ED}$ por x, $\overline{DC}$ por y e $\overline{BC}$ por z e determinou a amplitude, em graus, do ângulo EDC:

$$A\hat{D}E = 180 - 90 - 35 = 55^{\circ} \quad \Rightarrow \quad E\hat{D}C = 180 - 50 - 55 = 75^{\circ}$$

Em seguida, usando as razões trigonométrica do seno e do co-seno de um ângulo agudo, calculou, sucessivamente, x, y e z, obtendo o resultado pretendido:

$$\operatorname{sen}(35^{\circ}) = \frac{x}{3} \Leftrightarrow x = 3\operatorname{sen}(35^{\circ}) \approx 1,7207\,\text{cm}$$

$$\cos(75^{\circ}) = \frac{1,7207}{y} \Leftrightarrow y = \frac{1,7207}{\cos(75^{\circ})} \approx 6,6483\,\text{cm}$$

$$\operatorname{sen}(50^{\circ}) = \frac{z}{6,6483} \Leftrightarrow z = 6,6483\operatorname{sen}(50^{\circ}) \approx 5,09\,\text{cm}$$

Nunca considerei esta resolução para este tipo de exercícios, aliás, nunca considerei outra que não aquela que aqui apresentei. Desconhecia-a por completo. Confesso que fiquei surpreendido e ao mesmo tempo orgulhoso. Surpreendido por ao fim de tantos anos a ensinar Matemática nunca me ter deparado com esta resolução. Orgulhoso por o N. o ter feito sozinho. Ele soube usar o que já sabia, o que tantas vezes já tínhamos feito nas aulas e que pode ser descrito desta forma: quando o triângulo não é rectângulo, traça-se uma das suas alturas de modo a dividi-lo em dois triângulos rectângulos. Na altura disse para os meus botões: “como é que eu nunca pensei nisto!”.

A nossa prática lectiva é influenciada pelo que lemos, pelo que observamos, pelas partilhas de experiências que vamos fazendo ao longo dos anos. Estou convencido que este é um exemplo dessa influência. Fazemos assim pois é assim que usualmente se resolve este tipo de exercícios. Até àquela aula, não me lembro de alguma vez ter visto outra resolução que não fosse recorrendo a um sistema de equações. Depois desta aula passei a ensinar aos meus alunos as duas maneiras. Eles escolhem a que melhor percebem.

Posso dizer que com o meu aluno aprendi que devo sempre olhar para os problemas de várias perspectivas e (re)aprendi que não há um único caminho para se obter a solução correcta para um problema. Muitas vezes há resoluções diferentes e melhores do que aquelas que usamos há anos e que acreditamos serem as melhores. Conhecê-las e dá-las a conhecer aos nossos alunos é sempre uma mais-valia. Vale sempre a pena ouvirem o que os vossos alunos têm para dizer, assim como eu aprendi, nunca se sabe quando também irão aprender com eles!

E o leitor que também é professor de Matemática, já tinha pensado nesta resolução?

José Carlos Pereira