Nesta coluna pretendo partilhar todos os meses a minha opinião sobre questões relacionadas com a Matemática e com o seu ensino. Os leitores são convidados a comentar, com argumentos a favor ou contra, aliás é esse o objectivo desta coluna: discutir diferentes pontos de vista sobre o tema do artigo (dia 3 de cada mês).

José Carlos da Silva Pereira – Professor de Matemática, autor de livros escolares e responsável pelo site Recursos para Matemática. *Ler artigos anteriores* aqui.

Se e Só Se por José Carlos Pereira

Artigo de Novembro de 2017 – Dia 3

Clube SPM

Uma Resolução Pouco Simples, Bela ou Elegante.

Os conceitos de elegância e beleza são sempre subjectivos e dependem sempre dos olhos de quem vê. Em Matemática, estes conceitos estão muitas vezes relacionados com a simplicidade. Aos meus olhos uma resolução simples é quase sempre bela e elegante.

Há dias, num dos grupos do Facebook do qual sou membro, cruzei-me com uma dessas resoluções. Um dos membros pedia ajuda para a resolução do seguinte problema:

"$[ABCD]$ é um trapézio tal que $\overline{AB}=8$, $\overline{CD}=5$ e as amplitudes dos ângulos ABC e BAD são, respectivamente, 55° e 40°.

Qual é a o valor da medida do comprimento dos lados $[AD]$ e $[BC]$?"

Quando vi o problema, o que primeiro me ocorreu foi o seguinte:

Os pontos E e F são as projecções ortogonais de D e C, respectivamente, sobre o lado $[AB]$. Assim formam-se dois triângulos rectângulos, $[AED]$ e $[BFC]$. Como $\overline{EF}=5$, vem que $\overline{AE}+\overline{BF}=8-5=3$.

Passei então a designar $\overline{DE}=\overline{CF}=y$, $\overline{AE}=x$ e consequentemente $\overline{BF}=3-x$.

A partir daqui o meu objectivo passou a ser o de determinar o valor de x. Aplicando a razão trigonométrica da tangente aos ângulos EAB e FBC, vem:

$$\text{tg}(40^\circ)=\frac{y}{x}\Leftrightarrow y=x\,\text{tg}(40^\circ)\quad\text{e}\quad\text{tg}(55^\circ)=\frac{y}{3-x}\Leftrightarrow y=(3-x)\,\text{tg}(55^\circ)$$

Igualando $x\,\text{tg}(40^\circ)$ a $(3-x)\,\text{tg}(55^\circ)$ determinei o valor de x:

$$x\,\text{tg}(40^\circ)=(3-x)\,\text{tg}(55^\circ)\Leftrightarrow x\,\text{tg}(40^\circ)+x\,\text{tg}(55^\circ)=3\,\text{tg}(55^\circ)\Leftrightarrow x=\frac{3\,\text{tg}(55^\circ)}{\text{tg}(40^\circ)+\text{tg}(55^\circ)}\approx 1{,}8897$$

Agora, aplicando a razão trigonométrica do co-seno, foi fácil chegar à solução do problema:

$$\cos(40^\circ)=\frac{x}{\overline{AD}}\Leftrightarrow\overline{AD}=\frac{x}{\cos(40^\circ)}\approx 2{,}4668\quad\text{e}\quad\cos(55^\circ)=\frac{3-x}{\overline{BC}}\Leftrightarrow\overline{BC}=\frac{3-x}{\cos(55^\circ)}\approx 1{,}9357$$

Ainda resolvi o problema de mais uma maneira, que envolve a Lei dos Senos e um raciocínio semelhante ao anterior. Não achei esta resolução nem simples, nem bela, apesar de lhe reconhecer alguma elegância.

Decidi então publicar a resposta. Quando estou quase a fazê-lo, um outro membro publica uma resolução que aos meus olhos era simples, bela e elegantíssima. A sua simplicidade desarmou-me e demoveu-me de colocar a minha proposta. Não valia a pena, em meu entender.

Consegue o leitor imaginar que proposta de resolução foi essa?

Convido-o a deixar o seu comentário sobre este artigo na página do Facebook do Clube SPM.

José Carlos Pereira