

## Continuamos hoje com os nossos trabalhos tendo em vista arranjar um disco para a Telma.

No último mês associámos a cada ponto  $P$  da circunferência uma classe constituída pelos pontos que se obtinham fazendo  $P$  “andar” um arco de comprimento  $q$  racional no sentido dos ponteiros do relógio se  $q$  positivo e no sentido contrário se  $q$  negativo.

Mostrámos que as classes de equivalência formam uma partição da circunferência.

Para entender melhor o que isto significa imagine a circunferência como uma tablete de chocolate e suponha que a parte em bocados; cada dois bocados não tem pontos comuns e se os juntar de novo repõe a tablete.

O mesmo se passa com as classes: duas distintas não têm pontos comuns e reunidas formam a circunferência.

Construímos agora um conjunto, a que chamaremos  $V$  (de [Vitali](#)), tomando um ponto em cada classe.

Deixamos como exercício mostrar que:

- i)  $V$  é não numerável;
- ii) Quaisquer que sejam os pontos  $A$  e  $B$  distintos da circunferência pode escolher-se  $V$  de forma a que esteja contido no arco de extremos  $A$  e  $B$ .

O exercício ii) não é necessário para o objectivo que nos propomos atingir: duplicar o disco.

**NOTA:**  $V$  é um conjunto que não tem medida de Lebesgue; deixaremos em breve apontamentos para demonstração para satisfazer a curiosidade dos mais interessados.