

## Problema 1: Resolução

O tempo  $T_1$ , em segundos, que o Paulo Morais levou a ir de trás para a frente da parada e regressar foi igual ao tempo  $T_2$ , também em segundos, que a parada levou a percorrer o seu próprio comprimento: 200 metros.

Podemos calcular cada um destes tempos e depois igualá-los.

Se designarmos por  $V_{Pr}$  a velocidade da parada e por  $V_{PM}$  a velocidade do Paulo Morais, ambas em metros por segundo, temos:

$$T_1 = \frac{200}{V_{PM} - V_{Pr}} + \frac{200}{V_{PM} + V_{Pr}} \quad \text{e} \quad T_2 = \frac{200}{V_{Pr}} \quad (\text{ver NOTA no fim})$$

Se igualarmos  $T_1$  a  $T_2$  temos a equação:

$$\frac{200}{V_{PM} - V_{Pr}} + \frac{200}{V_{PM} + V_{Pr}} = \frac{200}{V_{Pr}} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{V_{PM} - V_{Pr}} + \frac{1}{V_{PM} + V_{Pr}} = \frac{1}{V_{Pr}}$$

Mas temos duas incógnitas pois não conhecemos nem a velocidade da parada nem a do Paulo Morais.

Mas conseguimos facilmente eliminar uma delas.

### Resolução 1:

Dividindo ambos os membros por  $V_{Pr}$  e pondo  $\frac{V_{PM}}{V_{Pr}} = x$  ( $x > 0$  pois supomos que o Paulo Morais anda mais rápido que a parada ou não chegaria nunca à frente da mesma) obtemos a equação:

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = 1 \quad \text{equivalente a} \quad x^2 - 2x - 1 = 0 \quad \text{que conduz a} \quad x = 1 + \sqrt{2}.$$

Ou seja, o Paulo Morais anda  $1 + \sqrt{2}$  vezes mais depressa que a parada.

Como nesse tempo a parada percorreu 200 metros o nosso amigo percorreu:

$$(1 + \sqrt{2}) \times 200 \text{ metros.}$$

### Resolução 2:

Dividindo ambos os membros por  $\frac{200}{V_{Pr}}$ , que é o tempo durante o qual o Paulo Morais percorreu a parada, primeiro para a frente e depois para trás, obtemos a equação:

$$\frac{1}{D-200} + \frac{1}{D+200} = \frac{1}{200} \quad \text{ou} \quad D^2 - 400 \times D - 4 \times 10^4 = 0 \quad \text{que conduz a} \quad D = (1 + \sqrt{2}) \times 200$$

onde  $D$  é a distância, em metros, que procuramos.

## Nota

Enquanto caminha de trás para a frente da parada o Paulo Morais anda, em relação a esta, a uma velocidade de  $V_{PM} - V_{Pr}$  (em cada segundo anda  $V_{PM}$  metros mas entretanto a parada avança  $V_{Pr}$  pelo que, em relação à mesma só avança  $V_{PM} - V_{Pr}$  metros) e enquanto caminha da frente para trás fá-lo a uma velocidade de  $V_{PM} + V_{Pr}$  em relação à parada (em cada segundo anda  $V_{PM}$  metros mas entretanto a parada “fugiu-lhe”  $V_{Pr}$  metros pelo que, em relação a esta, avança  $V_{PM} + V_{Pr}$  metros).