

Resolução

Condição necessária:

Se a dízima é finita admite um número finito de dígitos não nulos à direita da vírgula: suponhamos m dígitos.

Então o número que ela representa é da forma $\frac{N}{10^m} = \frac{N}{2^m \times 5^m}$ onde N é um natural.

Repare que o denominador apenas tem como divisores primos 2 e 5.

Para tornar a fracção irredutível temos que dividir o numerador e o denominador por 2 e 5 levantados ao menor expoente entre os que têm no numerador e no denominador.

Mas este processo não introduz novos factores primos no denominador logo o denominador apenas tem como divisores primos 2 ou 5.

Condição suficiente

Se o denominador da fracção irredutível que representa o número apenas tem como divisores primos 2 ou 5 essa fracção é da forma: $\frac{N}{2^n \times 5^m}$ onde N é natural.

Agora $\frac{N}{2^n \times 5^m} = \frac{N \times 2^m \times 5^n}{10^{m+n}}$ que é obviamente uma dízima finita.

Desafio

A quais destas fracções correspondem dízima finitas?

$$\frac{13}{65} \quad \frac{10}{375} \quad \frac{1}{35}$$