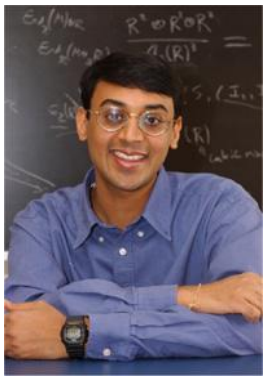
Problema 2



Este problema é apresentado numa entrevista com o recente Medalha Fields Manju Barghava que o Paulo Correia refere no seu muito interessante artigo deste mês que pode ver neste site e que aconselhamos vivamente.

Nele Barghava refere-se à influência inspiracional que o seu avô, um estudioso de nomeada em Sânscrito e História da Índia, teve na descoberta do fascínio pela Matemática.

Então aqui deixo um excerto da entrevista:

Aqui está um exemplo, originário de 500 AC, que foi particularmente fascinante para mim como baterista.

Nos ritmos da poesia sânscrita, há dois tipos de sílabas - longas e curtas. A sílaba longa dura dois tempos ou batidas, e uma sílaba curta tem duração de uma batida. A pergunta que naturalmente surgiu para os poetas antigos era: quantos ritmos se podem construir com exatamente (digamos) oito batidas, composta de sílabas longas e curtas? Por exemplo, pode-se tomar a sequência longo longo longo tempo, ou curto-curto-longo-curto-longo-curto.

A resposta foi descoberta pelos antigos e está contida na obra clássica de Pingala Chandashastra que data de entre 500 e 200 AC.

Aqui está uma solução elegante:

Escrevemos uma sequência de números como se segue: primeiro, anoto os números 1 e 2 e, em seguida, cada número seguinte é obtido pela soma dos dois números anteriores.

Assim, por exemplo, começamos com 1 e 2 e, em seguida, 1 + 2 é 3, e obtemos a sequência 1 2 3.

O próximo número é obtido somando os dois últimos números 2 e 3, que é 5. Então ficamos com 1 2 3 5.

O próximo número escrito é então 8 e depois 13 e a nova seqüência de números 1 2 3 5 8 13.

Assim, para 8 batidas, a resposta é que existem 34 desses ritmos no total.

Esta sequência de números é agora ubíqua na Matemática, bem como em uma série de outras artes e ciências! Os números são conhecidos como os números Hemachandra, nome do linguista do século XI que foi o primeiro a documentar e provar este método de geração de números chamado de "relação de recorrência" na matemática moderna.

Os números também são conhecidos como os números de Fibonacci no Ocidente, nome do famoso matemático italiano que escreveu sobre eles no século XII.

O PROBLEMA

Consegue a leitora ou o leitor explicar o raciocínio subjacente à geração desta sequência para contar o número de ritmos diferentes com N batidas?

Sugestão:

Sugerimos que veja os nossos problemas 2 e 3 de Dezembro de 2011 ***aqui*** e ***aqui***, respetivamente, e, se tiver dificuldades e só depois de tentar, a sua ***resolução***. Nesta vai encontrar referências à Razão de Ouro.

NOTA HISTÓRICA:

Aprecie cara leitora ou leitor a enorme riqueza da Matemática na Índia Antiga e o clima cultural em que se desenvolveu quer lendo o resto da entrevista quer procurando outros textos.

Note o orgulho com que Barghava fala da sua herança cultural…

Pode ler ainda neste site a excelente biografia do grande génio Srinivasa Ramanujan, uma das primeiras figuras na Índia a fazer vergar a arrogância inglesa, feita pelo Carlos Marinho.