

## Introdução

Nos anos lectivos de 2006/07 e 2007/08 leccionei uma turma de MACS no Colégio S. João de Brito.

No âmbito dessa disciplina foram elaborados por vários alunos, individualmente ou em grupo, trabalhos sobre Métodos de Partilha no Caso Contínuo ( *caso em que supomos que de qualquer “fatia” do bolo podemos retirar ou acrescentar uma outra de dimensões arbitrariamente pequenas* ).

É um desses trabalhos, que ajudei a elaborar e revi, que vou apresentar esta semana como solução para este problema agradecendo aos alunos que se empenharam com entusiasmo para os fazer.

Este é um método de partilha **“livre de inveja”**.

O trabalho foi elaborado pelos alunos Simão Lucas Pires, Francisco Bessa de Carvalho e Jorge Real a quem deixo aqui os meus agradecimentos.

# Método da Faca Deslizante



Este é um método de partilha equilibrada de caso contínuo que permite dividir um bolo por três pessoas sem que nenhuma sinta inveja dos outros.

Pessoas: **Chefe Hélio , Ferran Adrià , Gastón Acurio**

**1º Passo:** Escolhe-se um árbitro.

**2º Passo:** O árbitro desloca uma faca do extremo esquerdo para a direita do bolo.



**3º Passo:** Chefe Hélio ( por exemplo, pois interessa o primeiro a gritar ) grita quando considera que a faca feita deslizar pelo árbitro atingiu um terço do bolo. E marca três partes que considera iguais. A 1ª marca coincide com o ponto onde a faca estava quando ele gritou.

[se dois intervenientes gritarem ao mesmo tempo, sorteia-se de modo a escolher apenas um deles como válido]



**4º Passo:** Notamos que Ferran Adrià e Gastón Acurio nunca escolherão a parte 1 uma vez que, ao não terem gritado, consideram-na menor do que um terço do bolo.

**Hipótese 1:**

Ferran Adrià escolhe a parte 2 ou a 3 e Gastón Acurio escolhe a única que ainda não foi escolhida.

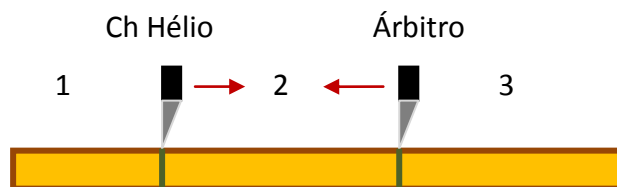
Neste caso, o problema fica resolvido.

### Hipótese 2:

Ferran Adrià e Gastón Acurio escolhem a mesma parte, 2 ou 3.

**1.º caso:** Vamos supor que ambos escolheram a parte 2.

Assim, a faca colocada entre as partes 2 e 3 do bolo, é feita deslizar pelo árbitro para a esquerda. Enquanto este processo ocorre, Chefe Hélio desloca a faca da esquerda para a direita no sentido de garantir que as partes 1 e 3 tenham, para ele, o mesmo valor em qualquer instante.



Ferran Adrià ou Gastón Acurio (suponhamos que é Ferran Adrià) manda parar a faca da direita quando considera que a parte 2 vai deixar de ter um valor maior ou igual a qualquer das outras a partir daí. No mesmo instante, Chefe Hélio tem também de parar a sua faca.

Então:

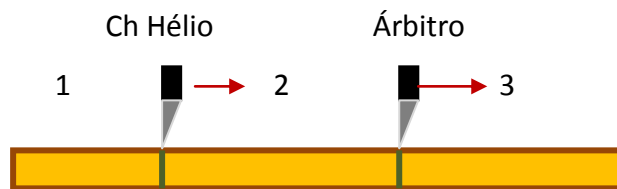
Gastón Acurio fica com a parte 2, visto que, ao não ter mandado parar a faca, ele considera que a parte 2 ainda é maior do que qualquer das outras.

Ferran Adrià pode optar entre a parte 1 e a parte 3, sendo que para ele pelo menos uma delas tem um valor pelo menos igual a 2 ( por isso ele mandou parar a faca ).

Chefe Hélio ficará com a restante já que, para ele, qualquer uma das fatias 1 e 3 tem igual valor e este é superior a 2. Se Ferran Adrià escolher 1, ele ficará com a 3; se Ferran Adrià escolher 3, ele ficará com 1.

**2.º caso:** Vamos supor que ambos escolheram a parte 3.

Assim, a faca colocada entre as partes 2 e 3 do bolo é feita deslizar pelo árbitro para a direita. Enquanto ocorre este processo, Chefe Hélio desloca a faca da esquerda para a direita a uma velocidade que, no seu ponto de vista, garanta a equivalência em valor das partes 1 e 2.



Ferran Adrià ou Gastón Acurio (suponhamos que é Gastón Acurio) manda parar a faca da direita quando considera que a parte 3 vai deixar de ter um valor maior ou igual a qualquer das outras e, no mesmo instante, Chefe Hélio tem também de parar a sua faca.

Então:

Ferran Adrià fica com a parte 3 visto que, ao não ter mandado parar a faca, ele considera que a parte 3 ainda é maior do que qualquer das outras.

Gastón Acurio pode optar entre a parte 1 e a parte 2 sendo que para ele pelo menos uma delas tem um valor pelo menos igual a 3 ( por isso ele mandou parar a faca ).

Chefe Hélio ficará com a restante já que, para ele, qualquer uma das fatias 1 e 2 tem igual valor e este é superior a 3. Se Ferran Adrià escolher 1, ele ficará com a 2; se Ferran Adrià escolher 2, ele ficará com 1.

## **LIVRE DE INVEJA**

O método da faca deslizante, internacionalmente conhecido como **‘two knives cut’**, satisfaz a condição **“livre de inveja”**.

Procedemos à explicação: (no caso de Ferran Adrià e Gastón Acurio terem ambos escolhido a parte 2)

Chefe Hélio não inveja Ferran Adrià porque considera as partes 1 e 3 (que são para ele maiores do que a parte 2, uma vez que inicialmente todas as partes lhe eram iguais mas 2 foi reduzida) iguais – tendo tido isso em conta aquando do deslizamento da faca para aumentar a parte 1 ( *ver nota final* ). Assim tanto lhe faz ficar com a parte 1 ou a parte 3.

Chefe Hélio não inveja Gastón Acurio. Depois de gritar, Chefe Hélio dividiu o bolo em três partes que considera iguais. Dessas três partes: 1 e 3 foram aumentadas de tal modo que para Chefe Hélio continuassem iguais, e 2 foi reduzida, valendo desse modo menos do que qualquer das outras no ponto de vista de Chefe Hélio.

Gastón Acurio não inveja nem Chefe Hélio nem Ferran Adrià porque não gritou, o que é sinal de que para ele a parte 2 corresponde a uma fatia maior do que qualquer das outras.

Ferran Adrià não inveja Chefe Hélio nem Gastón Acurio. Ao gritar, considerou que pelo menos uma das fatias 1 e 3 era maior ou igual a 2. Uma vez que Ferran Adrià tem a

possibilidade de escolher entre as partes 1 e 3 terá uma parte maior ou igual a qualquer dos outros.

**NOTA** - Este é um cenário possível numa ideia meramente inteligível e teórica; num caso concreto seria muito difícil para Chefe Hélio fazer deslizar a faca a uma velocidade que garantisse que a parte 1 e a parte 3 tivessem o mesmo valor.

*(Este trabalho, que assenta nas características do método conhecido como 'two knives cut', foi realizado por Simão Lucas Pires, Jorge Real e Francisco Bessa de Carvalho)*