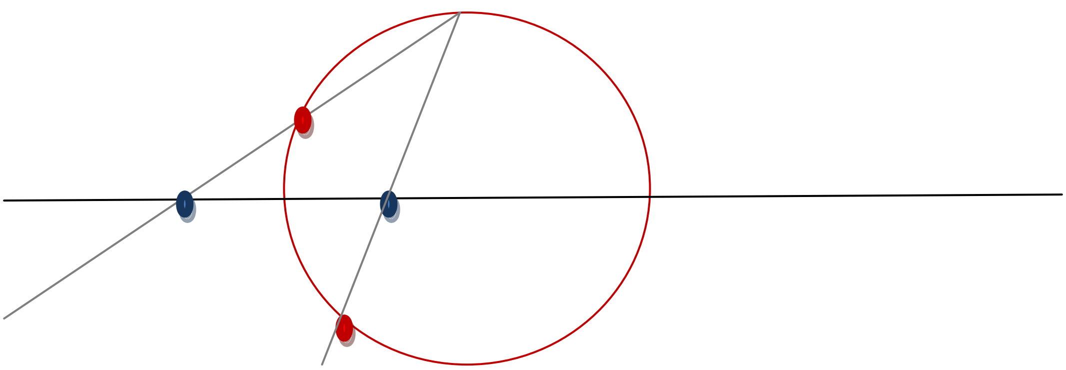
V é não numerável : *sugestão de prova*

1. Comece por mostrar que a circunferência de raio um é equicardinal à recta real.

Sugestão 1:

A figura abaixo sugere uma bijecção entre o conjunto K dos pontos da circunferência menos o seu "pólo norte" O e a recta real : os pontos a vermelho sobre a circunferência são transformados em pontos a azul sobre a recta.



Agora, se ler o texto sobre a cardinalidade dos reais, verá que, neste caso, acrescentar o ponto O a K não altera a cardinalidade logo a circunferência e a recta são equicardinais.

Sugestão 2:

Se imaginar a circunferência com centro na origem de um referencial ortonormado é fácil reconhecer que:

$$\alpha : [0,1[\longrightarrow S_1(0,0) \text{ com } \alpha(x) = (\cos(2\pi x), \sin(2\pi x))$$

é bijectiva.

Por outro lado vimos no texto sobre cardinalidade dos reais que $[0,1[$ e $\Re$ são equicardinais.

2. Mostre que a circunferência é a reunião de uma família numerável de conjuntos equicardinais a V.

   Note que o conjunto dos racionais é numerável e que, portanto, existe uma bijecção de $\aleph$ em Q : q_n. Considere, para cada n natural o conjunto: $R_n = \{q_n + P : P \in V\}$ *(este é o conjunto que resulta de "rodar" V em torno do centro da circunferência de um ângulo q_n no sentido dos ponteiros do relógio se $q_n > 0$ e no sentido contrário se $q_n < 0$) e verifique que estes formam uma partição da circunferência.*

3. No texto sobre o Aleph0 vimos que uma reunião numerável de conjuntos numeráveis é numerável.