# Problema 1: Resolução

O Rogério avaliou rapidamente o valor lógico da proposição:

***Não podem encontrar-se mais de três triângulos retângulos com a mesma área e com lados com medidas inteiras mas podem encontrar-se tantos triângulos retângulos com a mesma área quanto se queira com lados com medidas fracionárias***

e concluiu de imediato que era um lapso do autor.

Foi o que explicou à Rita durante uma animada conversa, de que escutei algumas partes enquanto tomava um café e lia distraidamente o jornal na mesa ao lado, onde muitas questões foram suscitadas, de natureza lógica, geométrica e aritmética, e todas foram elucidadas com extrema clareza de forma cativante para todos.

Deixo-vos as linhas fundamentais da argumentação do Rogério tal como pude ouvir:

*Construiu as proposições:*

*P: podem encontrar-se tantos triângulos retângulos com a mesma área quanto se queira com lados com medidas fracionárias.*

*Q : podem encontrar-se mais de três triângulos retângulos com a mesma área e com lados com medidas inteiras*

Então $P \Rightarrow Q$ é verdadeira.

De fato:

i) Se P é falsa $P \Rightarrow Q$ é obviamente verdadeira (*aqui a Rita quis saber porquê; e o Rogério teve que explicar rudimentos de lógica: devo-vos confessar que acho que foi brilhante*);

ii) Se P é verdadeira fixado um N natural arbitrário existem N retângulos com a mesma área A cujos lados têm comprimentos expressos por quocientes de frações inteiras.
Designando por M o menor múltiplo comum de todos os denominadores dos 3XN lados, os N triângulos que resultam destes por uma homotetia de razão M (*a Rita quis saber o que era…*) têm todos a mesma área, $M^2 \times A$ (*a Rita calculou rapidamente!*), e têm lados de comprimentos inteiros (*a Rita viu logo…*) logo Q é verdadeira.

Ora a afirmação inicial é $P \wedge \sim Q$ logo falsa pois não é mais do que $\sim(\sim P \vee Q)$ que é $\sim(P \Rightarrow Q)$

*Olhei para a Rita e notei a boca entreaberta, os olhos vivos e felizes, a expressão de quem tinha visto a luz…estava sem fala e entusiasmada.*

A conversa continuou animada, como relatámos no texto do Problema, mas a partir daí centrei a minha atenção na leitura e algum tempo depois paguei e saí de forma distraída.

**Desafio:** *Os leitores interessados podem tentar descobrir se P é verdadeira.*