deltaKappa Em Matemática o que é evidente, ou é falso…

Caro leitor/a, lembra-se que no último artigo falámos do professor que dizia ao seu aluno:

- Caro aluno, em Matemática o que é evidente ou é falso ou é o mais difícil de demonstrar.

Pois, como prometemos, vamos apresentar exemplos de proposições matemáticas que parecem evidentes, mas são … falsas.

Vejamos então quatro de entre muitíssimos exemplos:

1.º exemplo:

A soma de uma infinidade de quantidades positivas não é finita.

Parece verdadeira, mas é falsa. Pode parecer estranho para quem está pouco familiarizado com a Matemática. Isto porque tenderá eventualmente a pensar essas quantidades como extraídas do mundo físico, e por isso sempre superiores à magnitude da menor das partículas elementares que compõem o nosso universo e, aí sim, a proposição seria verdadeira.

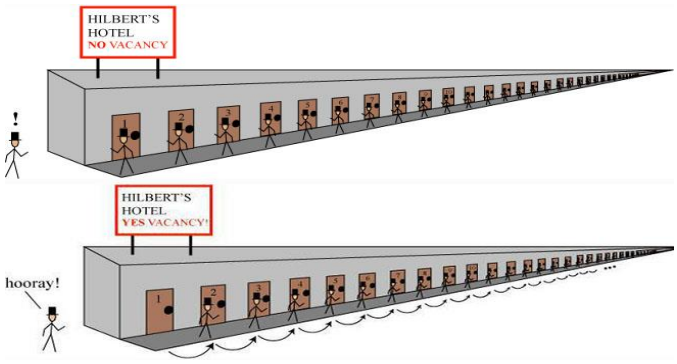
Mas quem sabe rudimentos de Matemática sabe que:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^N}+\cdots=1$$

Pode interpretar esta igualdade como se tomasse metade da unidade, adicionasse metade do que falta e assim sucessivamente…

2.º exemplo:

Se um Hotel com um conjunto numerável de quartos está cheio não é possível alojar um novo cliente.



Este é um dos paradoxos do Numerável de Hilbert de que já falámos aqui: se está cheio não admite mais ninguém!

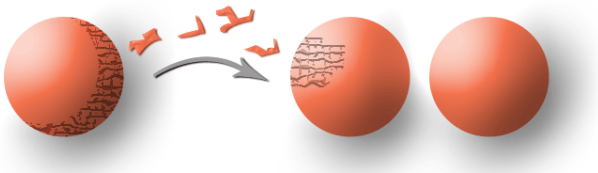
Mas é falso: mudamos o cliente do quarto N para o quarto N+1 e alojamos o novo cliente no quarto 1.

Mais, se chegarem os pais dos atuais clientes eles ainda têm lugar: mudamos o cliente do quarto N para o quarto 2N-1, o cliente 1 não muda, e alojamos os pais do cliente N no quarto 2N!

Se tiver curiosidade sobre os paradoxos do numerável pode ver o link acima.

3. exemplo:

Se num espaço euclidiano de dimensão 3 (o espaço habitual com a distância habitual) tivermos uma bola fechada, a esfera e o seu interior, não é possível parti-la num conjunto finito de partes de modo a que com elas consigamos "montar" duas bolas iguais à primeira.



A primeira reação a alguém que afirme que a proposição é falsa seria: o quê? …o milagre da multiplicação das bolas?!... mas assim conseguiríamos tantas bolas quantas as que quiséssemos, só à custa da primeira!...

No entanto a proposição é falsa: ela é o enunciado do célebre Teorema de Banach-Tarsky.

4. exemplo:

Numa teoria matemática, e para toda a proposição, ela ou a sua negação é dedutível a partir dos axiomas.

Pois bem, Kurt Gödel provou que há proposições, que vistas de fora do sistema axiomático são verdadeiras, mas que não são dedutíveis a partir dos axiomas; nem elas nem as suas contraditórias, e isto num sistema lógico formal como o de Peano para os naturais.

Conseguiu escrever na linguagem de um sistema mais vasto (PM)[1] a proposição:

Esta proposição não é dedutível a partir dos axiomas.

Obviamente só pode ser verdadeira, logo não dedutível, pois se fosse falsa seria verdadeira e falsa ao mesmo tempo!

E a sua negação também não é dedutível pois, sendo ela verdadeira, a negação seria falsa.

[1] PM designa um sistema lógico chamado Principia Mathematica, de Russel, que continha todo o poder da Matemática clássica.

Pois caro leitor/a, na Matemática como na vida em geral, não podemos acreditar cegamente no que parece evidente.

No caso do mundo físico, se quer ter uma ideia de como a Natureza nos pode surpreender, veja e deleite-se com esta lição de Richard Feynman:

O Carácter das Leis da Física - Lição 6

A parte final é um hino ao amor à Verdade e um encorajamento ao desprezo[2] da Estupidez imposta com Autoridade.

Uma grande lição caro leitor/a…

[2] Lembramos a frase lapidar de Camus: "Não há destino que não se possa vencer pelo desprezo…"