

2020 Outubro

deltaKappa

Recordando Evaristo Galois

No dia 25 deste mês decorrem 209 anos a partir do dia em que nasceu **Evaristo Galois**.



Este grande homem, com menos de 21 anos, de facto pouco mais do que um rapaz, provou que as equações algébricas de grau maior ou igual a cinco não são resolúveis por radicais. E, de caminho, introduziu a noção de grupo que se revelou de uma enorme fecundidade.

A prova recorria a noções e formas de pensamento tão originais que decorreram 11 anos até que os grandes matemáticos da altura conseguissem entender o que escreveu. Redigimos, há anos, uma mini biografia da sua vida apaixonante que pode consultar [aqui](#).

A partir dos seus resultados foi possível resolver os três grandes problemas deixados em aberto pelos géometras da Antiga Grécia: a **Trissecção do Ângulo**, a **Duplicação do Cubo** e a **Quadratura do Círculo**.

Na resolução do problema 1 de Novembro de 2019 procurámos redigir, de forma muito acessível, a prova da **Impossibilidade de Trissectar um Ângulo** com base na formulação moderna da Teoria de Galois. Pode ver a resolução [aqui](#).

A Duplicação do Cubo pode obter-se por um pequeno ajustamento ao raciocínio anterior.

Assumindo que partíamos, na nossa construção, usando régua não graduada e compasso, dos pontos $(0,0)$ e $(1,0)$, teríamos de obter o ponto $(\sqrt[3]{2}, 0)$.

Ora $\sqrt[3]{2}$ é raiz do polinómio de coeficientes racionais $t^3 - 2 = 0$ que é irredutível em \mathbb{Q} , logo a extensão simples $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})$ tem dimensão 3 que não é uma potência de 2!

A Quadratura do Círculo também pode ser obtida por um raciocínio análogo.

Quadrar um círculo de centro na origem e raio um equivale a, a partir dos pontos $(0,0)$ e $(1,0)$, obter o ponto $(0, \sqrt{\pi})$. A partir deste muito facilmente construiríamos, com as nossas régua não graduada e compasso, o ponto $(0, \pi)$... quer tentar, é elementar?

Mas então a extensão $\mathbb{Q}(\pi)$, ou seja, o menor dos corpos de reais que contém π , seria finita, de facto, e como vimos, um espaço vectorial sobre \mathbb{Q} que é uma potência de 2.

Ora mostra-se, é uma prova simples mas não imediata, que os elementos de uma extensão simples de dimensão finita de \mathbb{Q} são raízes de um polinómio de coeficientes racionais.

Ora isso implicaria que π fosse não transcendente¹!

¹ A prova da transcendência de π foi feita por [Ferdinand Lindeman](#) em 1882.