Novo método para resolução de equações do 2º grau completas

Prof. Alexandre Trocado

Dezembro de 2019

Não será muito polémico afirmar que a fórmula resolvente para equações do segundo grau é desagradável para aprender e decorar.

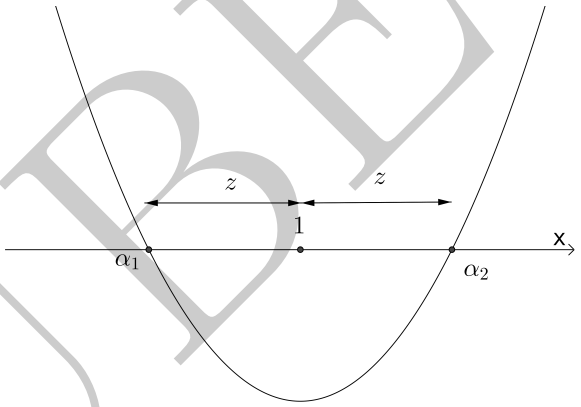
$$ax^2 + bx + c = 0 \iff x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

No entanto, o professor Po-Shen Loh da Universidade de Carnegie Mellon propôs através do pre-print de um artigo (`https://arxiv.org/pdf/1910.06709.pdf` - outubro 2019, revisto em dezembro de 2019) um novo método para a resolução de equações do segundo grau, leccionadas no 9º ano de escolaridade, aparentemente mais intuitivo que evita a memorização da conhecida fórmula resolvente.

Este novo método tira partido da conhecida propriedade das soluções das equações do tipo $x^2 - Sx + P = 0$ serem dois valores α_1 e α_2 tais que:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = S \qquad \wedge \qquad \alpha_1 \times \alpha_2 = P$$

Vejamos um exemplo através da resolução da equação: $x^2 - 2x - 3 = 0$. Pretendemos dois valores tais que a soma seja 2 e o produto -3. Dado o valor da soma das soluções ser 2 então o valor médio será 1 e as soluções da equação serão $1 + z$ e $1 - z$ para um determinado valor real não negativo z



Sabe-se também que o produto das soluções é -3 ou seja:

$$(1 - z) \times (1 + z) = 3$$

Assim, basta obter o valor de z para termos as soluções da equação. No entanto, esta equação é bastante mais simples de resolver dado utilizar um conhecido caso notável da multiplicação. Assim:

$$(1 - z) \times (1 + z) = -3 \iff 1^2 - z^2 = -3 \iff 4 = z^2$$

O valor de z será então o valor positivo 2. Assim as soluções da equação são $1+z = 1+2 = 3$ e $1-z = 1-2 = -1$. Se generalizamos, as soluções de equações do tipo $x^2 - Sx + P = 0$ serão $\alpha_1 = S/2 + z$ e $\alpha_2 = S/2 - z$ onde o valor de z pode ser determinados resolvendo a equação:

$$(S/2 - z) \times (S/2 + z) = P$$

CLUBE SPM

Vejamos mais um exemplo onde a equação do segundo grau tem apenas uma solução: $x^2 - 2x + 1 = 0$. Neste caso as soluções serão $1 + z$ e $1 - z$ onde z pode ser obtido a partir da equação:

$$(1 + z) \times (1 - z) = 1 \iff 1^2 - z^2 = 1 \iff z = 0$$

Assim o valor 1 será uma solução dupla. Vejamos agora um caso em que as soluções da equação são números complexos, por exemplo, $x^2 - 2x + 3 = 0$. Neste caso as soluções são $1 + z$ e $1 - z$ onde o valor de z será obtido a partir da equação $(1 - z) \times (1 + z) = 3$. Assim:

$$(1 - z) \times (1 + z) = 3 \iff 1 - z^2 = 3 \iff z^2 = 2 \iff z = \pm i\sqrt{2}$$

Quer o valor escolhido seja $z = i\sqrt{2}$ ou $z = -i\sqrt{2}$ as soluções da equação serão $1 + i\sqrt{2}$ e $1 - i\sqrt{2}$.

Generalizando para equações do tipo $x^2 + Bx + C = 0$: As soluções destas equações são do tipo: $(-B/2 + z)$ e $(-B/2 - z)$ onde o valor de z pode ser obtido a partir de $(-B/2 + z) \times (-B/2 - z) = C$

Caso o coeficiente do segundo grau seja diferente de 1 o método será o mesmo bastando para isso uma adaptação inicial da equação para que o coeficiente passe a ser 1.
Vejamos a resolução da equação:

$$2x^2 - 2x - 3 = 0 \iff x^2 - x - \frac{3}{2} = 0$$

As soluções da equação serão $\frac{1}{2} + z$ e $\frac{1}{2} - z$.

$$\left(\frac{1}{2} + z\right) \times \left(\frac{1}{2} - z\right) = -\frac{3}{2} \iff \frac{1}{4} - z^2 = -\frac{3}{2} \iff z^2 = \frac{7}{4} \iff z = \pm\frac{\sqrt{7}}{2}$$

Assim as soluções da equação são: $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}$ e $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}$.

Generalizando para equações do tipo $Ax^2 + Bx + C = 0$, $A \neq 0$: As soluções destas equações são as mesmas que as soluções das equações $x^2 + \frac{B}{A}x + \frac{C}{A} = 0$ Ou seja as soluções serão $-\frac{B}{2A} + z$ e $-\frac{B}{2A} - z$ onde o valor de z será obtido resolvendo a equação:

$$\left(-\frac{B}{2A} + z\right) \times \left(-\frac{B}{2A} - z\right) = \frac{C}{A}$$

CLUBE SPM