Sacos de papel (Parte I)

Com a chegada do Outono, no dia 22 de setembro, surgem frutos secos da época, como por exemplo, as castanhas. Este ano tivemos um decréscimo na produção da castanha natural da Madeira e por isso, os vendedores de castanhas assadas tiveram de comprar este fruto proveniente do continente. Pela baixa da cidade do Funchal, estão distribuídos oito vendedores de castanhas assadas, representados pelas bolinhas amarelas (ver figura 1), com boa relação de preço/qualidade nas castanhas assadas.

Figura 1

O preço das castanhas assadas é dois euros à dúzia, em quase todas as bancas de venda, cujo valor monetário por castanha será 0,17€ por excesso nos cêntimos. Por vezes, os vendedores, para cativar clientes, mantêm o preço de 2€ e deitam 14 ou 16 castanhas assadas no saco.

Nesta venda de castanhas assadas, é necessário ter em conta, o custo do saco de papel onde são colocadas num dos dois espaços, pois após retirarmos as cascas queimadas depositamo-las no outro espaço vazio no saco de papel (ver figura2).

Figura 2

Após ter consumido as doze deliciosas castanhas assadas, desmanchei o saco de papel pela zona de cola dos dois espaços de colocação das quentes castanhas e das respetivas cascas. Passamos a ter uma superfície tridimensional, com 31,8cm de altura, mas se cortarmos, segundo uma união deparamo-nos com um quadrado de lado 31,8cm.

Qual será o sólido com **área de superfície lateral fixa**, com **simetria axial**, de **maior/menor volume**? A resposta a esta questão é um **cilindro** para ter **maior volume** e com **menor volume** é um **prisma triangular regular**. Este problema é muito colocado na construção de embalagens, para rentabilizar o material de modo a ter igual superfície exterior na embalagem, e poder transportar a maior quantidade de elementos no seu interior.

Se usarmos o valor 32cm na medida do lado do quadrado, chegamos a dois resultados curiosos: o raio da superfície cilíndrica é $\frac{16}{\pi}cm \approx 5cm$, e o volume do espaço cilíndrico é $\frac{8192}{\pi}cm^3 \approx 2608cm^3 \approx 3dm^3$. Ou seja, cada uma das duas partes do saco de papel original tem cerca de 1,5 decímetros cúbicos de volume, e se o papel for de boa qualidade poderíamos transportar um litro de água, numa das partes do saco.

Com uma folha quadrada de L cm de lado, podemos construir um rolo cilíndrico cujo raio é dado por $\frac{L}{2\pi}$ e o volume do espaço vazio dentro do rolo é $\frac{L^3}{4\pi}$. A primeira expressão é de primeiro grau (ver figura 3) e a segunda expressão é de grau três (ver figura 4), cujos gráficos, foram construídos usando o simulador online da calculadora gráfica NUMWORKS, presente no site **https://www.numworks.com/pt/simulador/**

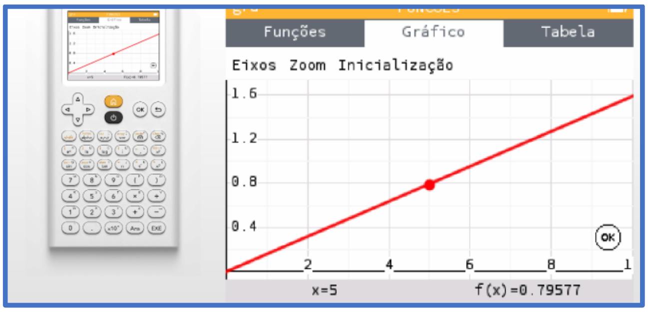

Figura 3

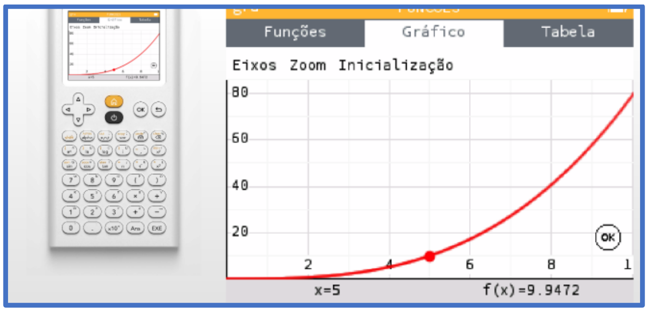

Figura 4

Quando estava a escrever este artigo, deparei-me com a situação de alterar a superfície cilíndrica, para uma superfície lateral de um prisma cuja base era um hexágono côncavo (ver figura 5), cuja abordagem matemática utiliza funções trigonométricas a estudar, em Matemática A no 11º ou 12º ano.

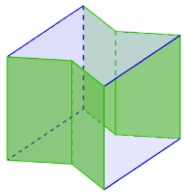

Figura 5

Os sacos de papel passaram a ser usados para combater o uso do plástico, elemento poluente do nosso mundo e apresentam características matemáticas bem interessantes, na sua construção pois temos muito tipo de sacos de papel. Para um futuro artigo, irei explorar mais a construção de diversos tipos de sacos de papel, desejando a todos os leitores bom estado de saúde e respeitem as normas previstas pelo estado português para termos um Natal o melhor possível.

Nota: Podem visualizar a animação do sólido ilustrado na figura 5, visitando o endereço **https://www.geogebra.org/m/xur5s2qs** dos meus materiais de Geogebra 3D.