

2022 Março

## Problema 11

## A descoberta de um talento – Parte II

A Professora Manuela é uma daquelas que cria cada uma das suas aulas como uma obra de arte, que as prepara de forma a tocar a mente e o coração de cada um dos seus alunos. Preocupa-se em deixar sempre no espírito deles uma semente de curiosidade, algo para os deixar a pensar...

Hoje, no intervalo de duas aulas, encontrou o colega Gustavo e decidiu partilhar com ele o que lhe ia na mente.



**Professora Manuela:** - Tenho um aluno com enorme talento que quero ver desenvolver, quero evitar a todo o custo que atrofie. Depois de uns interessantes desafios que eu e o Antunes lhe colocámos há dias, e que superou facilmente, tenho andado a dar voltas à cabeça tentando descobrir como prosseguir.

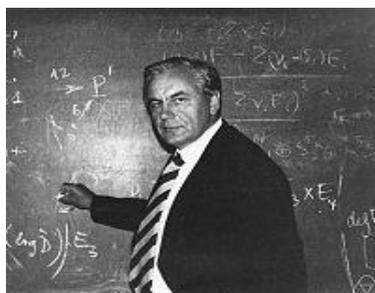
**Professor Gustavo:** - Porque não experimentas pô-lo no lugar de alguém célebre, alguém que na sua idade tenha resolvido problemas que possam ser acessíveis para ele, eventualmente com uma ajuda... a tua.

**Professora Manuela:** - Tens alguma ideia?

**Professor Gustavo:** - Por acaso até tenho. Estou a lembrar-me do jovem Theaetetus, discípulo de Theodorus de Cyrene, que, com a ajuda do grande filósofo Sócrates, conseguiu provar que a raiz quadrada de um inteiro positivo que não é um quadrado perfeito é irracional.

**Professora Manuela:** - Como é que descobriste isso?

**Professor Gustavo:** - Olha, foi num livro de álgebra<sup>1</sup> de um grande Matemático russo Igor Rostislavovich Shafarevich.



Ele era um professor fora de série que captava o interesse dos alunos dotados pela forma como, com uma clareza meridiana e enorme segurança, apresentava os assuntos, muitas vezes enquadrando-os historicamente.

---

<sup>1</sup> Basic Notions of Algebra - Editora Springer

Sabes, era um Homem de uma lucidez e coragem extraordinárias. Levantou-se contra as horríveis atrocidades cometidas na Rússia comunista e escreveu um importante livro sobre a história do socialismo, de grande rigor científico, chamado em português **O Socialismo Fenómeno Mundial**<sup>2</sup>.

A argúcia psicológica que ele revela nesse livro é notável. O Socialismo na sua versão leninista, com a supressão da propriedade privada, da religião, das tradições e da cultura levando o indivíduo à indignidade total, é identificado por ele como o “instinto de morte”.

Constater que chegou à mesma conclusão que um dos maiores Psicanalistas do século passado que chamou ao comunismo, na sua versão leninista, o “instinto de morte em estado puro”: ele penetrou por isso no mais fundo da alma humana.

No universo da antiga União Soviética defender estas posições exigia uma enorme coragem física e mental. Um exemplo a apresentar aos teus alunos, relevante nos tempos que correm.

Foi a propósito dele que **Soljenitsine** disse que os “*representantes das ciências exatas estavam a substituir no mundo comunista os irmãos dizimados*”.

**Professora Manuela:** - Sem dúvida! Um exemplo que vem mesmo a calhar nos terríveis tempos que estamos a atravessar.

Sabes, em relação aos nossos jovens, eu acho que cada vez é mais preciso aquilo que os ingleses chamam uma “well-rounded education”. Uma que habilite os jovens com as qualidades suficientes para, para além de estarem aptos a conviver de forma sã e a resolver com êxito os problemas do dia a dia, naturalmente reverenciarem o respeito pelos outros e amarem a liberdade sem a qual esse respeito não existe. E serem capazes de a defender!

**Professor Gustavo:** - Sem dúvida, só para te dar um exemplo de como no Japão levam a sério essa necessidade de formação a 360°, por assim dizer, aí há escolas onde os alunos, mesmo os do ensino primário, se revezam para limpar as salas de aula, cozinharem as refeições, limparem o refeitório, etc.

**Professora Manuela:** - Aprender a colaborar, é essencial, mesmo a nível das nações. O resultado é de longe melhor que o da confrontação. Provavelmente uma condição de sobrevivência da Humanidade.

**Professor Gustavo:** - Nem mais!

Mas voltando ao livro, no livro ele conta um encontro do célebre Sócrates com o matemático Theodorus de Cyrene que o recebeu acompanhado do seu talentoso jovem discípulo Theaetetus que, na altura, tinha uns 14 ou 15 anos.

O encontro ocorreu no ano 399 AC e nele Theodorus descreveu a habilidade deste jovem nos termos seguintes: “Ele aborda os seus estudos e investigações com leveza, suavemente e com precisão, tão calmamente como o azeite flui da talha – e eu fico surpreendido com o que se consegue atingir nesta idade”.

Theodorus contou a Sócrates que Theaetetus lhe tinha referido a incomensurabilidade entre o lado de um quadrado e a unidade se a área do quadrado fosse um inteiro mas não o quadrado de um inteiro. Theodorus tinha provado este resultado para  $n = 2, 3, \dots$  até 17.

**Professora Manuela:** - Lembro-me de que se conta que a prova para  $n=2$  tinha sido feita por um tal **Hipaso de Metaponto**, um dos elementos da Escola Pitagórica em Cretona.

E lembro-me que a descoberta provocou tamanho abalo que resolveram chamar a essa quantidade “irracional” e proibir mesmo a sua divulgação.

---

<sup>2</sup> Editado pela Editorial Afrodite

**Professor Gustavo:** - Foi uma coisa que abalou os fundamentos da Geometria Pitagórica: acreditavam que todas os objectos geométricos eram constituídas por pontos ou mónadas. Assim, se se medisse uma qualquer quantidade tomando outra para unidade, a medida podia ser expressa por um quociente de inteiros positivos. Quaisquer duas quantidades seriam comensuráveis.

**Professora Manuela:** - “Tudo eram números”, inteiros claro, era o que diziam!

Parece que Hipaso divulgou a descoberta e, por isso, foi expulso da comunidade e acabou por se suicidar. Outros, mais radicais, ou mais melodramáticos, acreditam que os elementos da Escola enlouqueceram e o assassinaram.

**Professor Gustavo:** - A Escola de Cretona também não sobreviveu a esses acontecimentos, foi destruída por um grupo político rival que assassinou muitos dos seus membros.

Agora, e voltando ao nosso jovem Theaetetus, ele ficou entusiasmado com o resultado geral e provou-o em conjunto com o seu amigo Sócrates.

E usou na prova a indução matemática, e isto muito antes dos Axiomas de Peano.

Em lugar de provar, usando provas paralelas, que  $\sqrt{18}, \sqrt{19}, \sqrt{20} \dots$  são irracionais argumentamente provou que é possível dar o salto: se  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{n}$  são irracionais então a raiz do inteiro imediatamente superior que não é um quadrado perfeito é irracional.

Podes pôr o teu aluno a pensar nisto... e dar uma ajuda é claro, se necessário.