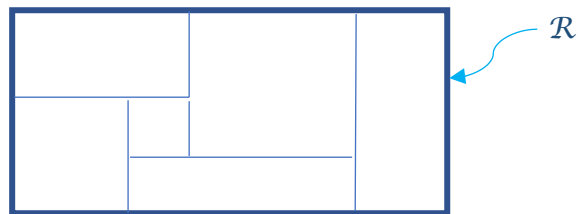


2022 Abril

Problema 12

Repare na figura.

O retângulo maior \mathcal{R} está dividido num qualquer número finito de retângulos cujos lados são paralelos aos lados de \mathcal{R} . Cada um destes últimos retângulos tem dois lados opostos cuja medida é dada por um inteiro.



Mostrar que também em \mathcal{R} dois lados opostos têm medida inteira.

Sugestão:

O leitor/a não precisa de usar artilharia pesada para resolver este problema.

Mas, se tem algum conhecimento de Cálculo Integral e quer uma solução simples, inesperada e divertida, sugerimos que use o Teorema de Fubini para calcular, sobre cada um dos retângulos em que \mathcal{R} está dividido, o integral duplo de $e^{2\pi i(x+y)}$.