2020 abril

deltaKappa e Resolução do Problema 1

O leitor/a, com certeza, já ouviu falar de um monumento em Lisboa conhecido como um Monumento à Estupidez Humana. Trata-se do célebre Aqueduto das Águas Livres:

O arquitecto que o concebeu e os trabalhadores que trabalharam, transportaram e colocaram, com enormes esforços, aqueles blocos de pedra queriam um instrumento para levar a água de um ponto mais alto da cidade a outro de cota inferior. Se conhecessem o Princípio dos Vasos Comunicantes poderiam, recorrendo a simples tubos, fazer chegar a água a qualquer ponto de cota mais baixa!

Saber mais e pensar melhor podem traduzir-se em encontrar soluções muito melhores com muito menos esforço. Compare a resposta que estamos a dar à pandemia com a de 1918 e pense no que teríamos ganho se tivéssemos dado ouvidos a Bill Gates em 2015 e nos tivéssemos preparado (*pode ver no YouTube*).

Isto vem a propósito das abordagens que decidimos fazer ao problema deste mês.

Primeiro redigimos uma resolução direta, mas trabalhosa, comportando-nos como o arquiteto do Aqueduto.

Resolução 1

Admitimos que a velocidade da Mosca é de 100 km/hora (os célebres 100 à hora que nos inícios do automobilismo simbolizavam uma velocidade estonteante). Ora isso são 100 metros em 3,6 segundos.

Começamos por calcular o espaço percorrido pela Mosca desde o instante da partida, em que a Mosca sai do nariz do Senhor Ernesto, até que pousa no nariz do Senhor Silva.

A velocidade de aproximação entre a Mosca e o Senhor Silva é a soma das suas velocidades, ou seja, $\frac{100}{3,6}+\frac{100}{12}$ metros por segundo. Quando ambos se encontram percorreram em conjunto 100 metros. Como a velocidade da mosca é $\frac{10}{13}$ da velocidade de aproximação percorreu $\frac{10}{13}$ dos 100 metros tendo o Senhor Silva percorrido os restantes $\frac{3}{13}$ dos mesmos 100 metros. Como a velocidade do Senhor Ernesto é $\frac{1}{5}$ da velocidade da Mosca percorreu $\frac{1}{5}\times\frac{10}{13}$ dos 100 metros nesse intervalo de tempo ficando a uma distância da Mosca de $\frac{8}{13}$ de 100 metros, distância que designamos por d_1.

De forma análoga podemos calcular a distância percorrida pela Mosca desde que deixa o nariz do Senhor Silva até que chega ao nariz do Senhor Ernesto.

Notando que a velocidade de aproximação entre a Mosca e o Senhor Ernesto é a soma das suas velocidades, ou seja, $\frac{100}{3,6}+\frac{100}{18}$ metros por segundo, quando ambos se encontram percorreram em conjunto d_1 metros. Como a velocidade da Mosca é $\frac{5}{6}$ da velocidade de aproximação percorreu $\frac{5}{6}$ dos d_1 metros tendo o Senhor Ernesto percorrido os restantes $\frac{1}{6}$ dos d_1 metros. Como a velocidade do Senhor Silva é $\frac{3}{10}$ da velocidade da Mosca percorreu $\frac{3}{10}\times\frac{5}{6}$ dos d_1 metros nesse intervalo de tempo ficando a uma distância da Mosca de $\frac{7}{12}$ de d_1 metros, distância que designamos por d_2.

Note que a Mosca, quando pousa no nariz de um dos nossos amigos, está sempre a uma distância não nula do outro e por isso o vaivém repete-se indefinidamente.

Podemos então construir o seguinte quadro para as distâncias percorridas em cada um dos percursos da Mosca entre os dois narizes. Fazemos d_0 = 100 metros.

	Ernesto	**Silva**	**Mosca**	$\boldsymbol{d_i}$
Passo 1	$\frac{1}{5}\times\frac{10}{13}\times d_0$	$\frac{3}{13}\times d_0$	$\frac{10}{13}\times d_0$	$\frac{8}{13}\times d_0 = d_1$
Passo 2	$\frac{1}{6}\times d_1$	$\frac{3}{10}\times\frac{5}{6}\times d_1$	$\frac{5}{6}\times d_1$	$\frac{7}{12}\times d_1 = d_2$
Passo 3	$\frac{1}{5}\times\frac{10}{13}\times d_2$	$\frac{3}{13}\times d_2$	$\frac{10}{13}\times d_2$	$\frac{8}{13}\times d_2 = d_3$
Passo 4	$\frac{1}{6}\times d_3$	$\frac{3}{10}\times\frac{5}{6}\times d_3$	$\frac{5}{6}\times d_3$	$\frac{7}{12}\times d_3 = d_4$

.....e assim sucessivamente.....

A distância percorrida pela Mosca é, por isso, a soma de uma infinidade de parcelas positivas.

Se pensássemos como o filósofo da antiga Grécia Zenão de Eleia, autor dos célebres Paradoxos, concluiríamos que a Mosca percorreria distâncias arbitrariamente grandes, nunca pararia e o Senhor Ernesto nunca encontraria o Senhor Silva. (*Ver* Nota *no fim*)

Mas nos dias de hoje reconhecemos de imediato que a distância percorrida pela Mosca pode obter-se facilmente, recorrendo a ferramentas de cálculo elementar, calculando primeiro a soma das distâncias correspondentes à deslocação da Mosca do nariz do Senhor Ernesto para o nariz do Senhor Silva e a seguir calcular a distância correspondente aos percursos inversos: resume-se ao cálculo da soma de duas progressões geométricas convergentes.

A primeira distância é dada por:

$$\frac{10}{13}\times d_0+\frac{10}{13}\times\left(\frac{7}{12}\times\frac{8}{13}\right)\times d_0+\frac{10}{13}\times\left(\frac{7}{12}\times\frac{8}{13}\right)^2\times d_0+\cdots = \frac{10}{13}\times d_0\times\frac{1}{1-\frac{7}{12}\times\frac{8}{13}} = 120 \text{ metros}$$

A segunda distância é dada por:

$$\frac{5}{6}\times d_1+\frac{5}{6}\times\left(\frac{7}{12}\times\frac{8}{13}\right)\times d_1+\frac{5}{6}\times\left(\frac{7}{12}\times\frac{8}{13}\right)^2\times d_1+\cdots = \frac{5}{6}\times d_1\times\frac{1}{1-\frac{7}{12}\times\frac{8}{13}} = 80 \text{ metros}$$

Ao todo a mosca percorreu 200 metros em 7,2 segundos, tempo que o Ernesto e o Silva levariam até, se não metessem travões a tempo, rebentarem as cabeças uma na outra.

Resolução 2

E agora, com olho de lince ou, se quiser, e na analogia que criámos, como alguém que conhece o Princípio dos Vasos Comunicantes e tira proveito dele, uma resolução muito mais simples.

Como a velocidade do Senhor Silva é $\frac{3}{2}$ da velocidade do Senhor Ernesto quando se encontrarem terá percorrido $\frac{3}{2}$ da distância do outro, ou seja, o Senhor Silva percorreu 60 metros e o Senhor Ernesto 40 metros.

Como percorre 100 metros em 12 segundos gastou 7,2 segundos nesse percurso e como a nossa Mosca faz 100 metros em 3,6 segundos terá viajado 200 metros até se esborrachar entre as testas dos nossos amigos.

Uff! Que trabalho poupámos!

Nota

Já imaginou o que aconteceria ao filósofo Zenão se, seriamente convicto do seu pensamento filosófico, passasse do mundo das ideias à realidade e aceitasse um destes desafios seguro de que a sua cabeça sairia intacta e só teria que esperar tempo suficiente para que o seu adversário se cansasse e desistisse da prova!

É que, como dizia um grande físico português, as Leis da Física são inexoráveis.

Finalmente uma sugestão

Este tempo de confinamento é altura ideal para grandes viagens interiores, a territórios diferentes com descobertas fascinantes.

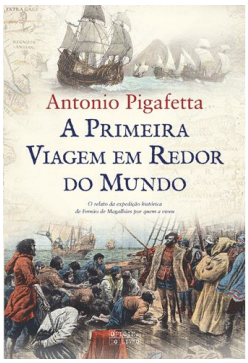
Mas isso exige imaginação e esforço. Se não se sentir inclinado a tal porque não viajar com os relatos de outros?

Pois sugerimos-lhe a viagem das viagens: A Viagem de Circum Navegação.

Desta vez relatada por alguém que embarcou com Fernão de Magalhães, que completou a viagem, assistiu à morte de Magalhães, e que faz um relato vivo, incrível pela forma como nos transporta aos locais, dos episódios a bordo, das tormentas no mar, dos contactos com os indígenas, da luta entre Portugal e Espanha pelo domínio dos Mares.

Pois trata-se de um pequeno grande livro

A Primeira Viagem em Redor do Mundo

Relatada pelo *Cavaleiro António Pigafetta*

Editora Oficina do Livro