

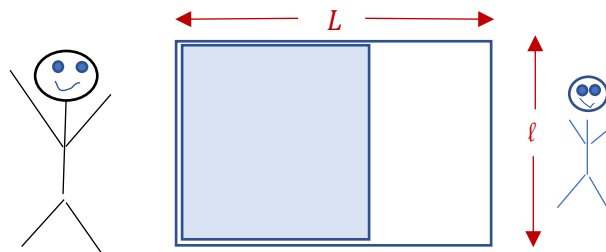
2020 Novembro

Problema 7

A medida de um azulejo - Resolução

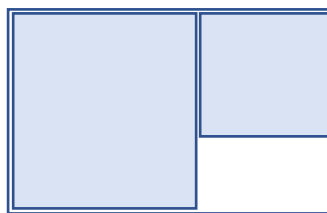
Foi assim que o Mestre Eduardo explicou ao jovem colaborador João, que estava a aprender o ofício com ele, o seu procedimento. Não explicou só o método que usava, mas primou, como fazia sempre, por esclarecer os seus fundamentos. E procurou envolver o João na sua exposição para manter o interesse vivo.

Mestre Eduardo: - Como vais achar natural vou começar por marcar na parede o maior dos azulejos que nela cabem: será um quadrado de 2,40 metros de lado! O nosso azulejo, maior do que este não vai ser, caramba!



E vamos tentar cobrir a parede com ele. Como vês, só conseguimos usar um desses azulejos e fica por cobrir uma área com a forma de um retângulo de 1,65 X 2,40 metros, um retângulo cujo lado menor tem um comprimento de 0,75 metros, inferior à medida do lado menor da parede. Repara que a medida q do lado do azulejo que procuramos tem de caber, exatamente, um número finito de vezes na medida do lado menor deste retângulo: de facto, caberá um número finito de vezes em l e em L logo na sua diferença.

João, com brilho nos olhos: - Estou a ver, agora vais proceder de forma idêntica com o retângulo a descoberto!



Eduardo: - Nem mais, e fica por cobrir um retângulo de 0,75 X 1,65 metros ... e nota que a medida do lado menor do retângulo por cobrir é um número inteiro de centímetros e é, como no caso anterior, inferior à medida do lado menor do retângulo anterior... e, com um raciocínio análogo ao anterior, podes ver que q vai caber um número finito de vezes na medida deste lado menor.

João, captando de imediato a ideia: - Voltas a aplicar o método e obténs um novo retângulo cuja medida do lado menor ainda é um número inteiro de centímetros e é inferior à medida do lado menor do último retângulo e onde q vai caber um número finito de vezes.

Eduardo: - Isso mesmo, e ao fim de um número finito de repetições deste procedimento a medida do lado menor desse novo retângulo vai ser ...

João, de imediato: - Zero claro, o que quer dizer que o último retângulo vai ser coberto por quadrados de lado igual ao menor dos seus lados.

Eduardo: - ... e esse vai ser o nosso q . É que se um quadrado cobre um destes retângulos cobre o anterior pois vai cobrir cada um dos quadrados que o compõem uma vez que o seu lado cabe um número finito de vezes no lado desses quadrados.

João: - Estou a ver: como cobrindo um retângulo cobre o anterior concluímos, andando para trás neste processo, que vai cobrir o retângulo inicial ou seja a nossa parede!

Eduardo: - Percebeste perfeitamente. No nosso caso íamos obter:

$4,05 = 2,40 + 1,65$ o que corresponde a um retângulo a descoberto de $1,65 \times 2,20$ m

$2,40 = 1,65 + 0,75$ o que corresponde a um retângulo a descoberto de $1,65 \times 0,75$ m

$1,65 = 2 \times 0,75 + 0,15$ o que corresponde a um retângulo a descoberto de $0,75 \times 0,15$ m

... que pode ser coberto por 5 azulejos de 15 cm de lado.

Ou seja, o azulejo que procuramos terá 15 cm de lado.

No dia seguinte ...

O João ficou tão fascinado pela argúcia do método descrito pelo seu Mestre que resolveu contar esta história na aula de Matemática.

No fim o Professor Seabra, aproveitando a oportunidade, comentou:

- *O que o teu Mestre fez foi calcular o Maior Divisor Comum às medidas em centímetros dos lados da parede. E o método que usou vem descrito pela primeira vez num livro muito famoso chamado **Os Elementos**¹. O seu autor foi **Euclides de Alexandria** um dos grandes matemáticos da Antiguidade.*

E, como sabia da importância de saber programar², encorajou-os a criar um programa para calcular o Máximo Divisor Comum de dois inteiros positivos usando este método ... e prontificou-se a ajudar.

Todos ficaram entusiasmados, menos o Vicente que só pensava na ponta da sua bota a acertar em cheio no esférico que entrava glorioso na baliza do Silva que, depois de se estirar em grande estilo, se estendia ao comprido, evidenciando com o seu esforço e fama de grande guarda redes a grandeza do seu remate...

¹ *Elementos* de Euclides estima-se que tenha tido mais de mil edições publicadas: só a Bíblia bate este número. Bertrand Russel disse que o contacto com este livro quando tinha 11 anos foi uma das experiências mais fascinantes da sua vida. Pode ver referência a esta afirmação na resolução do problema 2 de Fevereiro [aqui](#).

² Sobre esta importância poderá gostar de ver a entrevista de John Chambers, presidente da Cisco, no Web Summit de 2017 neste link: <https://www.youtube.com/watch?v=MwmNQEjnZQg>