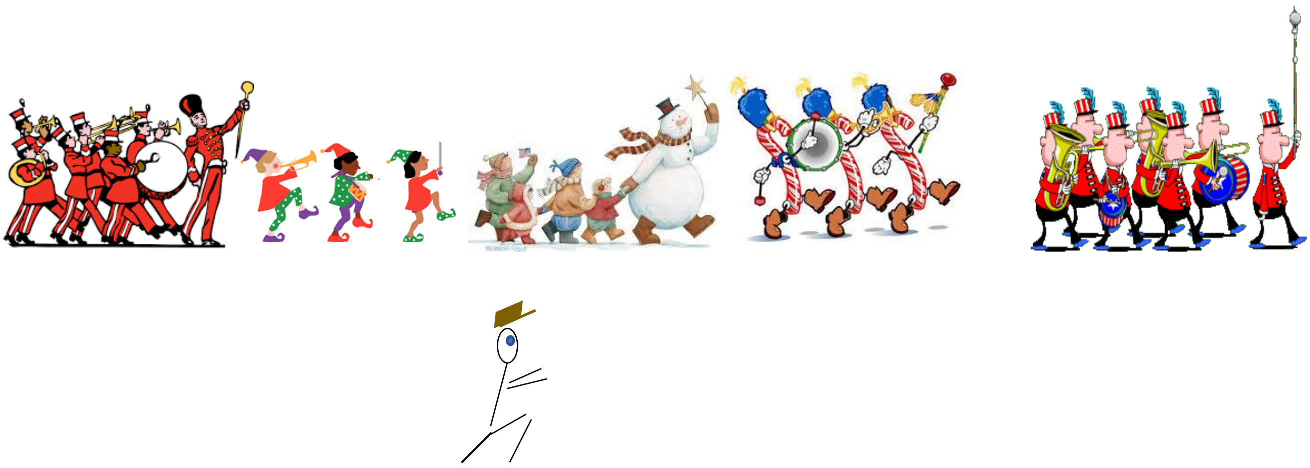
2020 Dezembro

Problema 9: Propostas de resolução

O tempo T_1, em segundos, que o Luís levou a ir de trás para a frente da parada e regressar foi igual ao tempo T_2, também em segundos, que a parada levou a percorrer o seu próprio comprimento: 200 metros.



Podemos calcular cada um destes tempos e depois igualá-los.

Se designarmos por V_{Pr} a velocidade da parada e por V_L a velocidade do Luís, ambas em metros por segundo, temos:

$$T_1 = \frac{200}{V_L - V_{Pr}} + \frac{200}{V_L + V_{Pr}} \quad \text{e} \quad T_2 = \frac{200}{V_{Pr}} \qquad (\textit{ver NOTA no fim})$$

Se igualarmos T_1 a T_2 temos a equação:

$$\frac{200}{V_L - V_{Pr}} + \frac{200}{V_L + V_{Pr}} = \frac{200}{V_{Pr}} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{V_L - V_{Pr}} + \frac{1}{V_L + V_{Pr}} = \frac{1}{V_{Pr}}$$

Mas temos duas incógnitas pois não conhecemos nem a velocidade da parada nem a do Luís.

Mas conseguimos facilmente eliminar uma delas.

Resolução 1:

Multiplicando ambos os membros por V_{Pr} e pondo $\frac{V_L}{V_{Pr}} = x$ ($x > 0$ *pois supomos que o Luís anda mais rápido que a parada ou não chegaria nunca à frente da mesma*) obtemos a equação:

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = 1 \ \text{ equivalente a } \ x^2 - 2x - 1 = 0 \ \text{ que conduz a } \ x = 1 + \sqrt{2}.$$

Ou seja, o Luís anda $1 + \sqrt{2}$ vezes mais depressa que a parada.

Como nesse tempo a parada percorreu 200 metros o nosso amigo percorreu:

$$(1 + \sqrt{2}) \times 200 \ \text{ metros.}$$

Resolução 2:

Dividindo ambos os membros por $\frac{200}{V_{Pr}}$, que é o tempo durante o qual o Luís percorreu a parada, primeiro para a frente e depois para trás, obtemos a equação:

$\frac{1}{D-200}+\frac{1}{D+200}=\frac{1}{200}$ ou $D^2-400\times D-4\times 10^4=0$ que conduz a

$$D=(1+\sqrt{2})\times 200$$

onde D é a distância, em metros, que procuramos.

Nota

Enquanto caminha de trás para a frente da parada o Luís anda, em relação a esta, a uma velocidade de V_L-V_{Pr} (*em cada segundo anda V_L metros mas entretanto a parada avança V_{Pr} pelo que, em relação à mesma só avança V_L-V_{Pr} metros*) e enquanto caminha da frente para trás fá-lo a uma velocidade de V_L+V_{Pr} em relação à parada (*em cada segundo anda V_L metros mas entretanto a parada "fugiu-lhe" V_{Pr} metros pelo que, em relação a esta, avança V_L+V_{Pr} metros*).