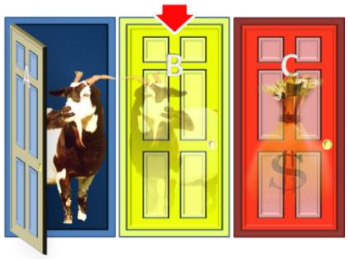
2022 Maio

Problema 13: **O Problema de Monty Hall - Resoluções**



Resolução 1, *onde nos baseamos no conceito empírico de probabilidade*.

Linha 1: O raciocínio está correto.

Linha 2:

Se o jogo se repetisse “ad eternam” em 2/3 dos casos o automóvel estaria, de facto, nas portas A ou C.

Mas desses casos só em metade estaria na porta A; na outra metade estaria na C e o apresentador, que sabia onde o carro estava, teria aberto a porta B.

Assim, só em um terço da totalidade dos casos o concorrente ganharia se não mudasse como já se tinha concluído no primeiro raciocínio: fazia bem em mudar, portanto.

Resolução 2, *onde usamos uma abordagem mais formal.*

Coloque-se, caro leitor/a, no lugar do concorrente: escolhe a porta A, o locutor abre a porta C.

E, então, interroga-se:

- Qual será a probabilidade de o carro estar na porta que escolhi, a porta A?

E lembra-se do que é natural neste caso, usar a fórmula para o cálculo da probabilidade condicionada.

Considerando os acontecimentos

A, B, C – O automóvel está na porta A, B, C

LpC – O locutor, sabendo onde está o carro e estando obrigado a escolher uma porta onde ele não está e diferente, obviamente, da que o concorrente escolheu, escolhe a porta C, sabendo que as alternativas que se lhe oferecem são encaradas com igual probabilidade

O que quer é a probabilidade de o automóvel estar em A sabendo que o locutor abriu a porta C, ou seja, $P(A|LpC)$. Ora:

$$P(A|LpC) = \frac{P(A \cap LpC)}{P(LpC)} = \frac{P(A) \times P(LpC|A)}{P(LpC)} \qquad (1)$$

$P(A)$ é, obviamente, $\frac{1}{3}$.

$P(LpC|A)$ é $\frac{1}{2}$: estando o carro na porta A o locutor pode abrir as portas B e C com igual probabilidade.

$P(LpC)$ é a soma das probabilidades do locutor escolher a porta C nos casos em que o carro está nas portas A, B ou C:

$$P(LpC)= P(A \cap LpC) + P(B \cap LpC) + P(C \cap LpC)$$

Usando, agora, a fórmula para a probabilidade condicionada:

$P(A \cap LpC) = P(A) \times P(LpC|A) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$, *substituindo pelos valores que vimos*.

$P(B \cap LpC) = P(B) \times P(LpC|B) = \frac{1}{3} \times 1$ 1 *pois, estando o carro na porta B, o locutor tem não tem alternativa à escolha da porta C.*

$P(C \cap LpC) = 0$ *pois, com o carro na porta C, o locutor não escolhe C.*

Então: $P(LpC)= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$

Finalmente, substituindo em (1): $P(A|LpC) = \frac{1}{3}$

O leitor/a faz bem em mudar a escolha para a porta B, em $\frac{2}{3}$ dos casos o carro estará lá!