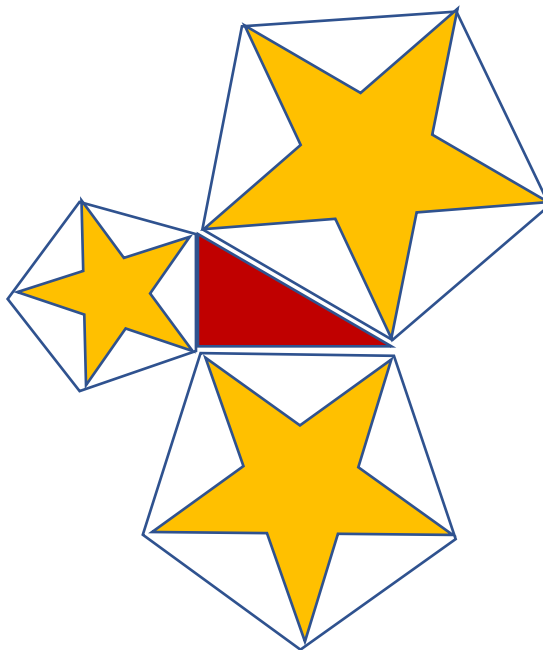


2022 Junho

Problema 14

A propósito do Teorema de Pitágoras

Desafio 3



Na figura acima o triângulo a vermelho é retângulo de catetos a e b e hipotenusa c e os pentágonos Pa , Pb e Pc são regulares de lados, respetivamente, a , b e c .

Consegues provar que a soma dos quadrados dos perímetros de Pa e Pb é igual ao quadrado do perímetro de Pc ?

E quanto às áreas, consegues provar que a soma das áreas de Pa e Pb é igual à área de Pc ?

E se considerares que Pa , Pb e Pc são polígonos regulares com N lados, sendo $N > 2$ um inteiro qualquer, com lados de medidas a , b e c , será que, ainda:

A soma dos quadrados dos perímetros de Pa e Pb é igual ao quadrado do perímetro de Pc e a soma das áreas de Pa e Pb é igual à área de Pc ?

Voltando à figura acima: repara nas estrelas inscritas nos pentágonos.

Será que o quadrado do perímetro da estrela da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos perímetros das estrelas dos catetos?

E será que a área da estrela da hipotenusa é igual à soma das áreas das estrelas dos catetos?

Consegues generalizar este resultado a outros polígonos não regulares? E a outras figuras no plano?