2022 Junho

Problema 14

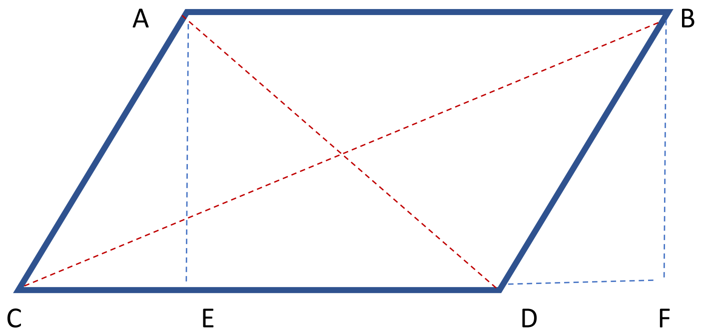
Desafio 4 **Resolução**

Para o retângulo a obtenção do resultado é imediata: aplicas o Teorema de Pitágoras a cada um dos dois triângulos retângulos formados por lados adjacentes e pela diagonal que une os seus extremos.

Este resultado é conhecido por Teorema do Envelope e é um filhote do Teorema do Grande Pitágoras.

Acontece que se mantiveres o paralelismo dos lados, mas alterares os ângulos o resultado mantém-se!

Repara na figura onde ABCD é um paralelogramo e [AE] e [BF] são perpendiculares a [CD]:



Se puseres $L = \overline{AB} = \overline{CD}, l = \overline{AC} = \overline{BD}, h = \overline{CE} = \overline{DF}, k = \overline{AE} = \overline{BF}, D = \overline{BC}, d = \overline{AD}$ e aplicares o Teorema de Pitágoras obténs:

$$(L+h)^2 + k^2 = D^2 \quad \text{e} \quad (L-h)^2 + k^2 = d^2$$

E obténs para a soma dos quadrados das diagonais:

$$D^2 + d^2 = 2L^2 + 2(h^2 + k^2)$$

Mas $h^2 + k^2 = l^2$, logo $\quad D^2 + d^2 = 2L^2 + 2l^2$

Pensa agora no Senhor Silva, o nosso jardineiro muuuito rigoroso.

Se ele quisesse marcar um retângulo de perímetro 34 m o Teorema do Envelope não o ajudava: é que a condição da soma do quadrado dos lados ser igual à soma dos quadrados das diagonais é necessária, mas não é suficiente para o paralelogramo ser retângulo.

Quando tens quatro varas de madeira formando um retângulo, articulado nos vértices, dás-lhe um piparote, ele torce, mas a propriedade mantém-se: a soma do quadrado dos lados ainda é igual à soma dos quadrados das diagonais!

Mas o Teorema de Pitágoras ajudava! … e recorrendo à mesma corda de 30m, aos pinos e à régua graduada.

És capaz de descobrir como?