

2018 julho

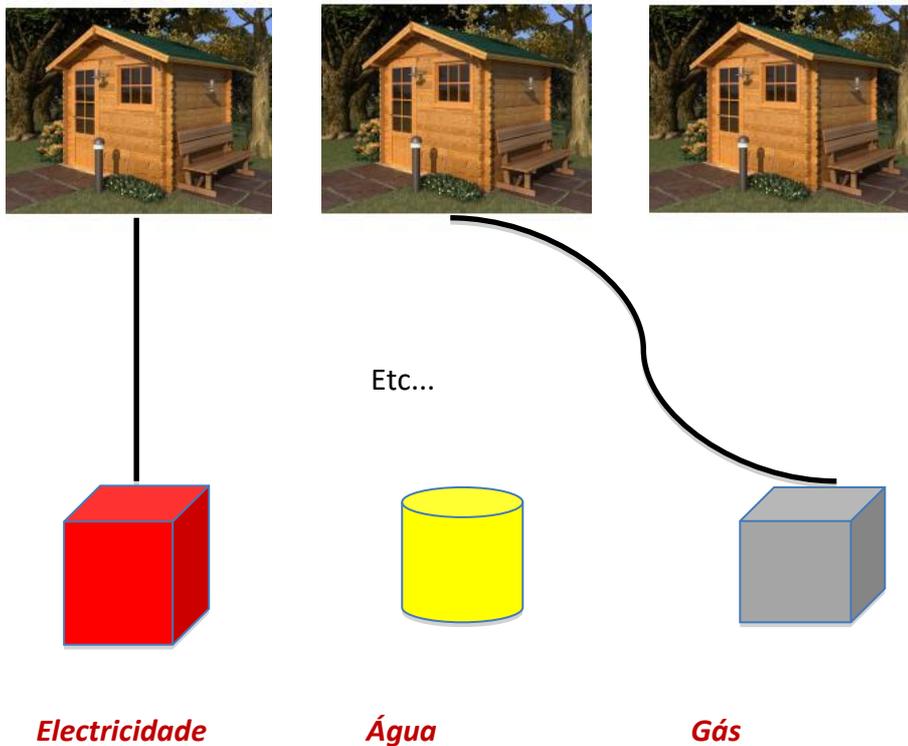
Problema 2 Não existe um x tal que...

Colocamos hoje dois desafios nos quais o leitor interessado poderá ter que provar que não existe, num dado conjunto, um objecto que verifica certas propriedades.

Desafio 1

Este é um problema conhecido dos alunos de MAC's embora possa bem acontecer que nunca tenham visto a resolução.

Repare na figura abaixo: representa três casas e três pontos de distribuição de Gás, Eletricidade e Água.



Queremos ligar cada casa aos três pontos de distribuição por cabos sem que quaisquer dois se cruzem.

Será possível? Se sim apresente uma solução se não apresente uma demonstração.

NOTA

Deve ver o problema no plano (cabos estendidos no chão) e imaginar as casas e pontos de distribuição reduzidos a pontos.

SUGESTÃO

Sugerimos que use o teorema de Euler sobre mapas planos: num mapa finito o número de faces (países) mais o número de vértices (pontos pertencentes à fronteira de mais de dois países) é igual ao número de arestas (linhas que unem vértices consecutivos) mais dois.

Note que a zona não limitada do plano conta como uma face neste enunciado.

Desafio 2

Mostre que nenhum inteiro positivo superior a um e que na sua representação decimal só tem uns, ou seja é da forma $111\dots 1$, é um quadrado perfeito.