

2020 Outubro

Problema 5

A malta foi acampar!

Resolução 1:

Imagine que no instante em que o grupo de amigos começa o seu regresso a casa um outro grupo parte de casa em direção ao acampamento percorrendo o caminho de forma “idêntica” à do grupo do João no dia da partida, ou seja, de forma a estarem a qualquer hora, entre as 9 e as 16, na mesma posição em que os nossos campistas estiveram a essa hora três dias antes.

Obviamente os dois grupos vão encontrar-se.

Nesse ponto de encontro o grupo do João tinha estado no sábado à mesma hora.

Resolução 2:

NOTA: Esta resolução destina-se a alunos do 12.º ano que já conhecem o Teorema de Bolzano.

Se designarmos por D a distância entre casa e o acampamento e definirmos:

$f(t)$ como a distância a que o grupo está de casa no dia da partida decorridas t horas,

$g(t)$ como a distância a que o grupo está de casa no dia do regresso decorridas t horas

então f, g estão definidas no intervalo $[0,7]$ e é natural supô-las contínuas.

Pondo $h = f - g$ temos:

$$h(0) = f(0) - g(0) = 0 - D = -D$$

$$h(7) = f(7) - g(7) = D - 0 = D$$

Então pelo Teorema de Bolzano existe $t_0 \in]0,7[$ para o qual $h(t_0) = 0$, ou seja:

$$f(t_0) = g(t_0)$$

como queríamos provar.