

2021 Dezembro

Problema 7: Resolução

O macaco Simão está a escrever uma carta ao Pai Natal



Para obter a sequência de letras XL ou XX o macaco Simão precisa de digitar um X.

E quando o fizer, e no caso de procurar o par XX, se logo de seguida não digitar X volta a ter de esperar pelo par XX. Mas se procurar o par XL e digitar X em vez de L pode obter o XL se a próxima tecla for L.

Ou seja, o tempo médio para obter XL é inferior ao tempo médio para obter XX.

Mas não há nada como calcular os tempos para confirmar o nosso raciocínio. Vamos então a isso.

Sendo,

t_0 = tempo médio para obter XX no início do trabalho ou a partir de um de um caracter diferente de X

t_1 = tempo médio para obter XX a partir de um de X

podemos escrever:

$$t_0 = \frac{25}{26} \times (1 + t_0) + \frac{1}{26} \times (1 + t_1)$$

onde a primeira parcela dá probabilidade de não digitar X a seguir ao ponto de partida vezes 1 segundo¹ mais o tempo médio para obter XX; a segunda é a probabilidade digitar X a seguir ao ponto de partida vezes 1 segundo mais o tempo médio de obter o XX a partir de um X.

$$e \quad t_1 = \frac{1}{26} + \frac{25}{26} \times (1 + t_0)$$

onde a primeira parcela do segundo membro é probabilidade de digitar X a seguir ao X de partida multiplicada por 1 segundo e a segunda é a probabilidade de não digitar X a seguir ao X vezes 1 segundo mais o tempo médio de obter o XX a partir de um caracter diferente de X.

A resolução do sistema² com estas duas equações conduz a: $t_0 = 702$ $t_1 = 676$

De forma análoga, pondo

t_0 = tempo médio para obter XL a partir de um de um caracter diferente de X

t_1 = tempo médio para obter XL a partir de um de X

podemos escrever:

$$t_0 = \frac{25}{26} \times (1 + t_0) + \frac{1}{26} \times (1 + t_1)$$

$$t_1 = \frac{1}{26} + \frac{24}{26} \times (1 + t_0) + \frac{1}{26} \times (1 + t_1)$$

Um sistema cuja solução é: $t_0 = 676$ $t_1 = 650$

E assim confirmamos o nosso raciocínio.

¹ Estes "1 segundo" são o tempo para digitar a primeira tecla a seguir ao ponto se partida.

² Para a resolução destes sistemas recorremos ao Motor Computacional WolframAlpha: pode aceder [aqui](#).