

2020 Setembro

Problema 3 Os Três Porquinhos “Competem Cooperando”

Resolução: *Dedicada a leitores muito jovens*

A fração da casa construída por cada um dos nossos amigos ao fim de N minutos é:

Pelo Prático

$$\frac{1}{2 \times 60} \times (1 + 1,1 + 1,1^2 + \dots + 1,1^{N-1}) = \frac{1}{2 \times 60} \times \frac{1-1,1^N}{1-1,1} = \frac{1}{12} \times (1,1^N - 1)$$

Pelo Heitor

$$\frac{1}{3 \times 60} \times (1 + 1,09 + 1,09^2 + \dots + 1,09^{N-1}) = \frac{1}{3 \times 60} \times \frac{1-1,09^N}{1-1,09} = \frac{1}{16,2} \times (1,09^N - 1)$$

Pelo Cícero

$$\frac{1}{5 \times 60} \times (1 + 1,08 + 1,08^2 + \dots + 1,08^{N-1}) = \frac{1}{5 \times 60} \times \frac{1-1,08^N}{1-1,08} = \frac{1}{24} \times (1,08^N - 1)$$

A fração da casa construída pelos três ao fim de N minutos, a que podemos chamar $f_r(N)$, será a soma dos três valores.

Se substituís N por 20 e, recorrendo a uma calculadora¹, fizeres as contas obténs:

$$f_r(20) = 0.88354645413867130678810708497974449030819(7)$$

Trata-se de uma dízima de período (7), um número racional (é de admirar?...), inferior a 1!...

Ufffffffffffffffffffff!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! ... isso que significa que passados 20 minutos a casa não estava acabada...

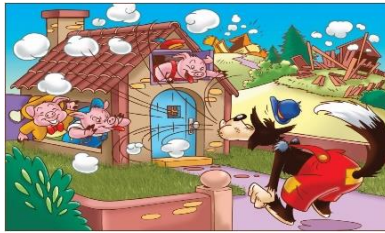
Quando o lobo atacou...



... a casa foi pelos ares!

¹ Podes recorrer ao Motor Computacional de Conhecimento Wolphram Alfa, em www.wolframalpha.co, e escrever a fórmula na linha de input substituindo o N por 20 e as vírgulas por pontos.

Ainda assim acho que tiveram azar. Se o lobo se tivesse distraído e tivesse investido 90 segundos mais tarde a cena poderia ter sido esta:



Queres confirmar?

E, já agora, uma pergunta: será que se todos tivessem sido igualmente empenhados e tivessem incrementado o seu ritmo de trabalho de 10% teriam salvo a casa?