

2021 Dezembro

deltaKappa **A distância da Terra à Lua¹, Um Problema e Presentes de Natal**

Uff! Que frio ... o Professor Antunes limpou uns pingos de neve da face, esfregou as mãos para aquecer, apoiou-as nas costas da mulher para que se apressasse e entrou com ela e os seus alunos Alice e Eduardo no seu Café de eleição. Estavam empolgados pois iam continuar, com o colega Eduardo, a conversa do mês anterior sobre o cálculo da distância da Terra à Lua feito por [Aristarco de Samos](#) 300 anos antes de Cristo: pode ver [aqui](#) a conversa anterior. A distância da Terra à Lua!

Estava-se já em período natalício e a novidade era a presença da nossa conhecida Alice: veja só, aqui está ela já em frente de um belíssimo chocolate bem quentinho.



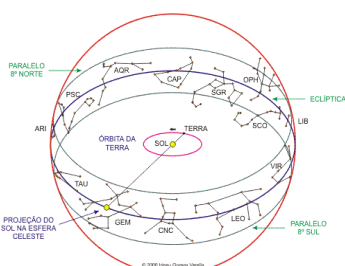
Professor Antunes (*iniciando as hostilidades...*): - Lembram-se que lhes tinha dito que Aristarco, a partir das suas observações dos céus, fixou quatro axiomas a partir das quais, com rigor lógico impecável, deduziu as distâncias e dimensões do Sol, da Terra e da Lua. Pois no quarto axioma afirmava que o diâmetro aparente da Lua subentendia um quinze avo de um signo do Zodíaco.

Alice (*intrigada*): - Zodíaco! O que é o Zodíaco?

Professora Manuela (*solicita*): - Quando estás à noite no campo, numa noite limpa, a olhar para o céu, vês uma miríada de estrelas que mantêm as distâncias relativas e parecem pousadas fixamente numa imensa esfera escura, a Esfera Celeste.

As distâncias relativas entre as estrelas mantêm-se ao longo dos anos, com pequenas variações. Pois se acompanhares, ao longo de um ano, a posição do Sol nessa esfera vais ver que ela descreve uma linha circular que se chama a Eclíptica. Essa linha é centro de uma faixa circular imaginária da Esfera Celeste onde encontras, a distâncias aproximadamente iguais umas das outras, as doze constelações cujos nomes são os dos signos da astrologia: Caranguejo, Leão, Virgem, ... Essa faixa é que é o Zodíaco.

O Professor Antunes, que tinha estado a pesquisar no seu iPad, mostrou-lhes estas imagens:



¹ Texto escrito com base nos livros **Explicar o Mundo**, de **Steven Weinberg** e **Anaximander**, de **Carlo Rovelli**.

Professor Ernesto: - Sabes que essa faixa contém as órbitas aparentes dos planetas do sistema solar porque a linha por que os vemos aponta para ela. Os planetas não estão fixos na Esfera Celeste, passeiam-se, vagabundeiam entre as estrelas. Daí o seu nome, que vem do grego *planétes*, que significa errante, vagabundo.

Às vezes vêes estrelas que parece estarem a mover-se no firmamento: não são estrelas, são planetas iluminados, como a Lua.

Eduardo (*sempre atento, sempre macaco*): - Também podem ser aviões! *e sorriu...*

Professor Ernesto (*sorrindo também*): - Nem mais, e se forem fugazes podem ser asteroides que se incendiam, ao atravessar a nossa atmosfera, com o atrito das colisões com as partículas do ar.

Um desses planetas, e que é fácil de encontrar, é o planeta Vénus que, como é um planeta com órbita dentro da Terra, nunca se afasta muito da posição do Sol, de forma que, quando este nasce, muitas vezes lá vem ele: daí ser conhecido por Estrela da Manhã.

Professor Ernesto: - Reparem ainda nisto: como a direção do Sol, no seu passeio anual pelo Zodíaco, aponta para a constelação correspondente à altura do ano, podes usar a sua posição no Zodíaco para conhecer a estação em que estás. Ao nascer do Sol, e quando as estrelas ainda estão visíveis, olham para Este e identificam a constelação no horizonte que vos indica essa estação.

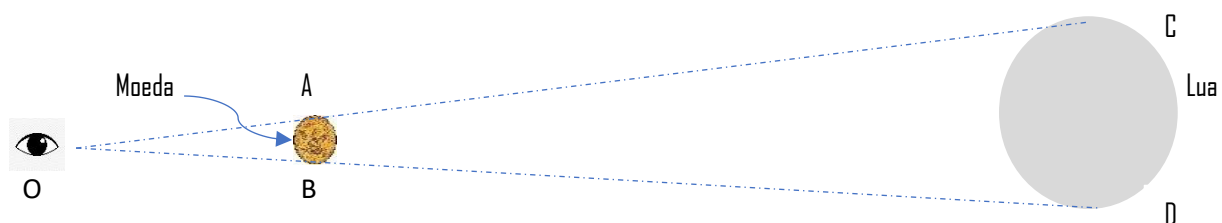
Professor Antunes: - Sabes que esse conhecimento já era comum entre os habitantes dos campos 700 anos antes de Cristo. O poeta grego [Hesíodo](#) (700 AC) escreveu versos didáticos onde usava este método para dar indicações aos agricultores sobre sementeiras e colheitas.

Alice: - E dizem que o meu é que é o Mundo das Maravilhas!

Eduardo: - Aposto que, mesmo agora, há gente na nossa Escola que desconhece essa forma de saber a estação do ano.

Professor Antunes (*continuando*): - Voltando ao nosso Aristarco, pois ele mediu o ângulo por que vemos a Lua a partir da Terra, o seu diâmetro aparente. Há quem diga que terá recorrido a uma moeda! Vejam só:

E esboçou, cuidadosamente, numa folha de papel



Teria trabalhado com o triângulo OAB, que podia representar numa superfície plana e que é semelhante a OCD. O comprimento do segmento [AB] dividido pela distância desse segmento ao observador, ao ponto O, quociente que ele estimou, estranhamente com grande erro, como sendo cerca de 0,035, é o quociente entre o diâmetro da Lua e a distância da Terra à Lua.

Como ele já tinha calculado este diâmetro em função do diâmetro da Terra, lembram-se² que era cerca de $\frac{1}{2,85}$ do diâmetro D_T da Terra³, conseguiu obter a distância à Lua em função desse mesmo diâmetro:

$$\text{Distância à Lua} = \frac{1}{0,035} \times \frac{D_T}{2,85} \cong 10 \text{ X Diâmetro da Terra}^4$$

² Ver deltaKappa de Novembro [aqui](#).

³ Aristarco apresentou para o quociente dos diâmetros da Terra e da Lua um intervalo entre 2,51 e 3,16.

⁴ Hoje sabe-se que o valor real é cerca de 30 vezes o diâmetro da Terra; o erro de Aristarco foi enorme o que confirma que não se preocupava tanto com o rigor dos dados experimentais como com o rigor das deduções lógicas. A displicência em relação à qualidade dos dados experimentais levou-o a colocar a Lua três vezes mais perto do nosso planeta!

Os 0,035 são o dobro da $tg 1^\circ$, o que está de acordo com o registo que fez para o ângulo por que se vê a Lua: um quinze avo de um signo do Zodíaco corresponde a um valor em graus de $\frac{360}{12 \times 15} = 2$ graus.

Alice: - Mas a Professora Manuela, na aula, disse que num dos seus textos, o *Contador de Areia*, Arquimedes refere que Aristarco tinha obtido para o raio aparente do Sol o valor de 1/720 do Zodíaco e isso é um ângulo de 0,5 graus...

Eduardo (antecipando-se): - ... e como tinha postulado a igualdade dos diâmetros aparentes do Sol e da Lua os 2 graus parecem estranhos. Será que ele se apercebeu do erro?

Professora Manuela: - É uma boa questão. Há quem pense que ele mais tarde corrigiu os 2 graus, mas também há quem pense que Arquimedes estava a referir-se a uma medição sua e a atribuí-la a Aristarco.

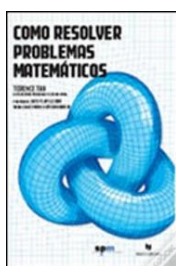
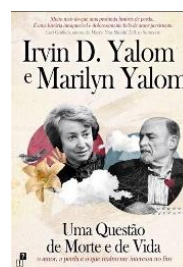
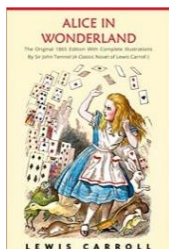
Professor Ernesto: - Sabem que, uns anos mais tarde, [Hiparco de Niceia](#) calculou de forma diferente um valor muito mais preciso para a nossa distância...

Professor Antunes (interrompendo): - Calma Ernesto! Fica para a nossa próxima conversa. Agora vamos entregar os presentes de Natal. Cada um de nós vai dar um presente, cada um vai receber um presente.

Professora Manuela (colocando um problema): - De quantas formas diferentes podem ser feitas as entregas sabendo, é claro, que ninguém dá presente a si mesmo? Quem consegue calcular?

A Alice e o Eduardo puseram-se, de imediato, a pensar, mas como estavam a tardar a Professora Manuela atalhou:

Professora Manuela: - Pensam depois, combinam encontrar-se e atacam este problema que, pelo visto, está a resistir e trazem o resultado no próximo encontro. Agora vamos aos presentes.



Ernesto...

Professor Ernesto: - Eu tenho para o Antunes um livro espantoso:

A Equação Divina de Michio Kaku

Depois de descrever as grandes revoluções da Física, desde a de Newton no século dezassete até às Teorias das Cordas e M, nos dias de hoje, acaba com uma extraordinária reflexão sobre a Existência e Natureza de Deus e chega a mesmo a mostrar como a existência de Multiversos, um sem número de Universos que nascem e desaparecem numa espuma quântica, consegue conciliar a visão cristã da origem no Universo com o Nirvana Budista.

Professora Manuela: - Pois eu tenho para o Eduardo um livro escrito por [Terence Tao](#) quando tinha quinze anos e que é imperdível para todo o jovem que gosta de desafios matemáticos:

Como resolver Problemas Matemáticos

Sabes que o autor desta rubrica já publicou, em 2019, um artigo sobre Tao que podes ler [aqui](#).

Alice: - Pois eu ofereço à Professora Manuela um livro que os meus pais me disseram que era um hino ao amor, escrito por um casal excecional, ela uma escritora e professora de literatura, ele um escritor e um dos maiores psicoterapeutas vivos:

Uma Questão de Morte e de Vida de *Marilyn Yalom e Irvin D. Yalom*

Escrito a duas mãos, na véspera da morte da autora, condenada por uma doença cancerosa.

Eduardo: - Eu ofereço à Alice ...

As Obras Completas da Alice do matemático *Lewis Carroll*

Com as ilustrações originais a cores por John Tenniel, que outro livro poderia ser!

E para ganhares apetite para mergulhar no livro talvez gostes de ler as reflexões do autor desta rubrica sobre uma das cenas maiores do texto: "*Uma louca festa no Chá da Tarde*". Se gostares da ideia clica [aqui](#).

Professora Manuela: - Então e tu Antunes?

Professor Antunes: - Eu ofereço ao Ernesto um livro sugerido pelo Presidente da República que é uma reflexão notável sobre a geopolítica do mundo atual feita por uma eminência do sudeste asiático.

A queda do Ocidente? Uma provocação de *Kishori Mahbubani*

Vais gostar! Vais ver que, se o PIB do ocidente continua a crescer e enormes oportunidades se abrem, a percentagem desse PIB no PIB mundial não para de diminuir! Dá que pensar, e Homem prevenido ...

E vais-te aperceber que a grande dádiva do Ocidente ao resto do Mundo, que foi responsável por estas tendências nos PIB's, foi o pensamento racional, o método científico⁵ e a sua aplicação às questões políticas, económicas e sociais.

Um Feliz Natal



⁵ No seu livro *Anaximander*, Carlo Rovelli faz coincidir o início da Era Científica com a substituição das autocracias, muitas vezes reforçadas pela identificação da fonte do poder com as divindades, pelas democracias e com o aparecimento dos primeiros parlamentos. As leis deixaram de ser ditadas para passarem a ser discutidas, e isto 600 anos AC na Grécia e na Jónia. O pensamento místico-religioso era substituído pela razão e o pioneiro teria sido, em Mileto, Anaximander discípulo de Thales, que ele respeitava, mas contestava: "Tudo é feito de água!? Nem pensar!", "É Zeus que, zangado, provoca o ruído dos trovões?! Não são as massas de água na atmosfera que, agitadas, cavalgam umas em cima das outras...". Anaximander teve a audácia de propor que a Terra seria um corpo com a forma de cilindro achatado que flutua no espaço! Uma ideia de uma audácia extraordinária. E isto teria acontecido em Mileto por ser um posto avançado da Grécia na Jónia, um ponto de ligação entre culturas e civilizações facilitando troca de experiências e conhecimentos, um factor potenciador do progresso civilizacional. Uma lição para os nossos dias...