A matemática da Covid-19

Vivemos tempos «estranhos»… O ano de 2020 ficará na memória coletiva mundial durante muito tempo... Aproveitemos então para aprender alguma matemática.

Umas das questões mais interessantes e alarmantes desta situação foi a dificuldade de fazer previsões corretamente. De facto, além da novidade da doença, o facto de lidarmos com uma realidade de crescimento exponencial tornou muito difícil fazer previsões de longo prazo (basta uma pequena alteração nalguns parâmetros para que os valores previstos sejam substancialmente diferentes…).

No vídeo indicado a seguir é possível observar uma boa explicação sobre esta situação.

https://www.youtube.com/watch?v=Kas0tIxDvrg&t=300s

De grosso modo, a variação do número de infetados num determinado dia *d* é dada pela expressão

$$\Delta N_d = E \times p \times N_d,$$

onde N_d é o n.º de infetados no dia *d*, *E* é o n.º de pessoas, em média, que cada infetado contacta, enquanto que *p* é a probabilidade de cada contacto se tornar numa transmissão efetiva da doença (note-se que estes três parâmetros, neste contexto do Covid-19, são todos não negativos).

Assim, no dia seguinte (dia *d*+1), tem-se a seguinte quantidade de infetados:

$$N_{d+1} = N_d + \Delta N_d = N_d + E \times p \times N_d = (1 + E \times p) \times N_d.$$

Recuando até ao suposto «dia zero», podemos ainda afirmar que

$$N_{d+1} = (1 + E \times p)^d \times N_0.$$

E é aqui (naquele pequeno *d*) que «nasce» o crescimento exponencial da pandemia… Depois de um crescimento lento inicial, rapidamente a curva sai «disparada» para fora do gráfico…

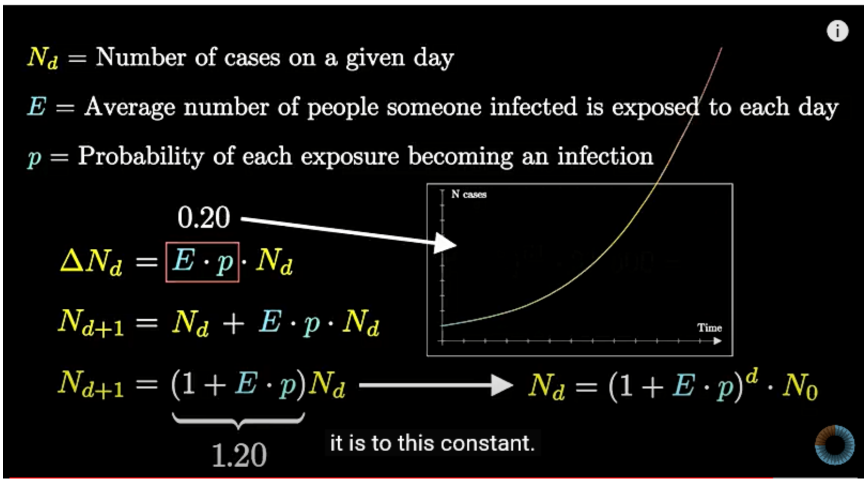

Imagem retirada de [1], minuto 8:02.

Como é fácil de observar, a evolução da doença está relacionada diretamente com os parâmetros E e p: quanto maior forem estes parâmetros, pior será a evolução em termos da quantidade de infetados; quanto mais pequenos forem estes parâmetros, mais favorável será a evolução dos números.

De facto, na realidade, os valores E e p não são constantes ao longo de toda a epidemia… O comportamento da população influencia fortemente estes valores. O parâmetro E diminui se houver distanciamento social, enquanto que o parâmetro p diminui se houver proteção individual como o uso (correto) da máscara e a lavagem e desinfeção regular das mãos. E, assim sendo, torna-se impossível prever, com rigor, partindo do «dia zero», o que irá acontecer num futuro não muito distante…

Contudo, é absolutamente inequívoco que o comportamento da população influencia fortemente a evolução da doença. Veja-se o exemplo abaixo, onde $d = 61$ e $N_0 = 21000$, e onde se comparam dois valores para os parâmetros: na primeira linha considera-se $E \times p = 0{,}05$, enquanto que na segunda se considera $E \times p = 0{,}15$.

$$(1.05)^{61} \cdot 21{,}000 = \quad 411{,}876$$

$$(1.15)^{61} \cdot 21{,}000 = 105{,}873{,}570$$

Imagem retirada de [1], minuto 8:26.

Como pode observar, partindo de 21 mil infetados, ao fim de 61 dias a situação é completamente distinta: no primeiro caso ter-se-iam cerca de 400 mil infetados, enquanto que na segunda situação teríamos mais de 100 milhões de pessoas infetadas…

E aqui está o «problema» com o crescimento exponencial e com a nossa intuição: aumentar o parâmetro $E \times p$ para o triplo não é o mesmo que aumentar o número de doentes para o triplo… De facto, tudo o que se puder melhorar no produto $E \times p$ (mesmo que sejam apenas algumas décimas), irá fazer uma substancial diferença ao fim de algum tempo…

Em conclusão, como se afirma no vídeo, «*If people are sufficiently worried, there is much less to worry about, but if no one is worried, that's when you should worry.*»

Bibliografia:

[1] https://www.youtube.com/watch?v=Kas0tIxDvrg&t=300s